장외파생상품의 이론과 실제

한국증권경제연구원
연구위원　고 광 수

<목 차>

Ⅰ. 서 론

1996년 5월 한국증권거래소에 도입된 주가지수선물은 우리나라 장내 파생상품 거래의 초석이 되었다. 또한 1996년 7월 7일에는 주가지수옵션의 거래가 시작되면서 거래소 시장을 이용한 주식 관련 펀드의 헤지 수단이 확대되었다. 한편, 다른 금융 파생상품도 멀지 않은 장래에 설립될 선물거래소에서 거래가 될 것이다.

이러한 금융 파생상품의 장내 거래에 비해 장외파생상품의 거래는 아직 초보적인 수준에 있다고 볼 수 있다. 이자율 및 통화 관련 파생상품의 경우는 외국환 취급 은행을 중심으로 거래가 어느 정도 있어 왔으나 다른 금융기관의 참여는 매우 미미한 상태다. 또한, 주식 관련 장외파생상품은 공식적으로는 전혀 취급되지 못하였고, 비공식적으로 일부 외국계 은행과 증권회사를 통하여 거래가 되었으나 제도적 어려움으로 양성화되지 못하고 있다. 이러한 환경 속에서도 경제 발전에 따르는 금융 환경의 변화와 위험 관리의 필요성으로 인하여 장외파생상품의 도입 필요성은 계속해서 부각되고 있다.

장내 파생상품을 이용한 위험 관리도 가능하지만 금융 소비자의 요구에 부응하는 헤지 상품의 개발을 위해서는 장외파생상품의 도입이 시급하다고 하겠다.[1] 즉, 거래소 시장의 표준화된 파생상품이 만족시키지 못하는 부분을 장외파생상품이 채워줄 수 있다는 것이다. 한편, 증권회사의 수익성 측면에서 장외파생상품의 도입은 중요한 역할을 하리라고 본다. 위험의 헤지를 원하는 기업들 사이에 중개 기능을 담당함으로써 증권회사들은 수수료 수입을 취할 수 있고 이는 증권회사의 업무 영역 확대에 기여할 것이다. 또한, 장외파생상품의 거래는 증권회사의 내부 인력 양성과 경쟁력 강화에 도움을 주어 금융 거래의 선진화에 이바지할 것으로 보인다.

본 연구에서는 이러한 장외파생상품의 이론적 측면과 실무적 측면을 함께 고찰해 보고 그 도입의 필요성을 살펴보고자 한다. 먼저, Ⅱ장과 Ⅲ장에서는 장외 옵션을 경로 독립적 상품과 경로 종속적 상품으로 나누어 이론적 측면을 알아본다. 다음 장에서는 실무에서 가장 많이 이용되고 있는 스왑 거래에 대해 자세히 분석하고자 한다. 이러한 장외파생상품의 이론적 기초하에서 제 Ⅴ장은 실제 거래가 되고 있는 장외파생상품들을 소개하고자 한다. 여기서는 이론적으로 분석되었던 상품들이 실제 어떠한 조건으로 거래가 되는가를 알 수 있다.

---

1 위험 관리적 측면에서 장외 파생상품의 도입이 반드시 긍정적이라고 보기는 어렵다. 장외 파생상품의 남용은 오히려 기업 또는 금융기관의 위험을 가중시켜 도산의 위기로까지 몰고갈 수 있다. 이러한 예로는 1994년 12월에 발생했던 미국 오렌지 카운티 사건이나, 1995년 2월에 발생한 영국 베어링 그룹 사건이 대표적이라고 할 수 있다. 따라서, 장외 파생상품의 도입은 반드시 이에 따르는 규제 및 감독 체계가 선행되어야 한다.

Ⅱ. 경로 독립적 옵션 상품[2]

장외파생상품의 종류는 매우 다양하여 그 모두를 열거하기는 거의 불가능하다. 따라서, 본 연구에서는 일반적으로 널리 알려져 있고 이론적인 분석이 쉽게 이루어질 수 있는 상품을 대상으로 살펴보고자 한다. 먼저, 본 장에서는 마지막 행사 시점의 지급액이 기초자산 (underlying asset)의 역사적 경로(historical path)에 의존하지 않는 파생상품에 대하여 언급한다. 이러한 경로 독립적 (path independent) 파생상품은 경로 종속적 (path dependent) 상품에 비하여 수학적 분석과 가격결정이 용이하다는 측면이 있다. 그러나, 일정 기간에 걸친 기초자산의 평균적 가격 위험을 헤지하려는 경우에는 사용하기 어렵다는 단점도 있다.

1. 블랙-숄즈의 옵션 가격과 풋-콜 패리티 정리

1973년 'Journal of Political Economy'에 게재된 Black and Scholes (1973)의 연구는 파생상품의 가격결정과 보급에 선구자적인 역할을 하였다. 그들이 제시한 옵션 가격결정식을 우리는 '블랙-숄즈의 공식'이라고 하며, 표준 유로피안 콜옵션의 가격은 다음과 같이 정해진다.

(II-1) $c = S(0)e^{-dT}N(a_1) - Xe^{-rT}N(a_2)$

단, $a_1 = \dfrac{\log(S(0)/X) + (r - d + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$a_2 = \dfrac{\log(S(0)/X) + (r - d - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = a_1 - \sigma\sqrt{T}$

c = 표준 유로피안 콜옵션 프레미엄 (가격)
r = 무위험이자율 (riskless rate of return)
d = 기초자산의 배당률 (dividend rate of return of underlying asset)
σ = 기초자산의 변동성 (volatility)
T = 만기 시점 (maturity)
X = 행사가격 (exercise or striking price)
$S(0)$ = 현재 기초자산의 가격 (underlying asset price)

2 장외 파생상품의 명칭들을 우리말로 해석할 경우 의미 전달에 있어서 오해가 있을 수도 있으나, 여기에서는 가능한한 본래의 의미를 가지는 우리말로 번역하였다. 그러한 번역이 매우 어색하거나 곤란한 경우에는 영어 발음을 우리말 소리나는 대로 표현하거나 영어 표기 자체를 이용하였다. 한편, 여기서 소개되는 이론적 상품들에 대한 설명을 위해 Rubinstein and Reiner (1992)의 체계를 참고하였음을 밝혀둔다.

위의 콜옵션 가격은 그들이 가정한 여러 가지 상황하에서 성립하는데 실제 옵션의 프레미엄과 매우 유사하게 맞는다고 한다. 블랙-숄즈의 공식을 요소별로 살펴보자. (II-1)의 콜옵션 프레미엄은 두 부분으로 분해될 수 있다. 첫째 항 ($S(0)e^{-dT}N(a_1)$)은 옵션이 행사된다고 가정할 때 기초자산 가격의 현가를 의미한다.[3] 둘째 항 ($Xe^{-rT}N(a_2)$)은 행사가격의 현가에 콜옵션이 내가격 (in-the-money) 상태로 마감될 확률인 $N(a_2)$를 곱한 것이다.[4] 즉, 블랙-숄즈 공식의 첫 부분은 옵션 행사시에 받을 금액의 현가를 의미하고, 두 번째 부분은 옵션 행사시에 지불하여야 하는 금액을 의미한다.

블랙-숄즈의 공식은 표준 유로피안 풋옵션에도 쉽게 적용될 수 있는데 이를 살펴보기 위하여 유로피안 옵션의 풋-콜 패리티 정리를 살펴보도록 하자.[5]

(Ⅱ-2) $c + Xe^{-rT} = p + S(0)\,e^{-dT}$

단, p = 표준 유로피안 풋옵션 프레미엄 (가격)

풋-콜 패리티 정리에 의하면 콜옵션과 무위험자산의 보유가 풋옵션과 기초자산의 보유와 만기 시점에 같은 손익을 가져다 줌을 의미한다.[6] (II-2)식에 의해서 표준 유로피안 풋옵션의 가격을 표현하면 다음과 같다.

(II-3)
$$\begin{aligned} p &= c + Xe^{-rT} - S(0)\,e^{dT} \\ &= S(0)e^{-dT}N(a_1) - X\,e^{-rT}N(a_2) + X\,e^{-rT} - S(0)e^{-dT} \\ &= -S(0)\,e^{-dT}[1 - N(a_1)] + X\,e^{-rT}[1 - N(a_2)] \\ &= Xe^{-rT}N(-a_2) - S(0)\,e^{-dT}N(-a_1) \\ &\qquad [\because 1 - n(a_1) = N(-a_1),\ 1 - N(a_2) = N(-a_2)] \end{aligned}$$

단, a_1, a_2: (Ⅱ-1)에서의 정의와 같음.

2. 패키지 (Packages)

3 영어로는 'unprotected present value of the underlying price conditional upon exercising the option'을 말한다.
4 이에 대한 자세한 내용은 옵션 가격결정의 이항과정 (binomial process)을 살펴보면 쉽게 이해될 수 있다.
5 Ⅱ장과 Ⅲ장에서 한 번 정의된 기호(notation)는 특별한 언급이 없는 한 계속 유효한 것으로 간주한다. 단, 아래첨자나 위첨자는 값이 다름을 의미할 뿐이지 변수의 정의는 같다.
6 이에 대한 자세한 설명은 Hull (1997)의 167-170을 참조하시오. 한편, '손익'이라는 말은 영어의 payoff를 번역한 것이다.

정의: 표준 유로피안 콜옵션과 풋옵션 (standard European calls and puts), 현금자산 (cash), 선도계약 (forward contract), 기초자산 (underlying asset) 등으로만 구성된 포트폴리오를 말한다.[7]

용도: 기초상품과 표준적인 파생상품을 이용하여 다양한 손익을 제공하는 새로운 파생상품을 손쉽게 구성할 수 있다.

패키지는 표준적인 파생상품의 여러 가지 조합에 의해서 만들어진다. 예를 들어, 가장 간단한 패키지 하나를 생각해 본다면 풋-콜 패리티 정리에 의한 표준 유로피안 풋옵션 (콜옵션)을 들 수 있다. 즉, 표준 유로피안 풋옵션 (콜옵션)이 하나의 패키지로 이루어 질 수 있다는 말이다. 식 (II-3)은 풋-콜 패리터 정리를 풋옵션에 대해 정리하고 있다. 이는 다음과 같이 콜옵션에 대해서도 쉽게 정리될 수 있다.

(II-4) $c = p + S(0)e^{-dT} - Xe^{-rT}$

(II-4)식에 따르면 콜옵션은 풋옵션과 기초자산에 매입 포지션 (long position)을 취하고 무위험자산 (riskless asset)에 매도 포지션 (short position)을 취함으로써 구성될 수 있다. 이는 앞에서 정의한 패키지의 정의에 부합하므로 표준 유로피안 콜옵션은 패키지의 한 종류가 된다. 풋옵션의 경우도 마찬가지다. 패키지는 이외에도 여러가지 형태를 가지고 있으나 그 가격은 패키지의 정의상 표준 유로피안 옵션과 기초상품 및 선도계약의 가격으로부터 쉽게 결정될 수 있다. 이제부터 패키지의 몇 가지 예를 살펴보고자 한다.

2-1. 칼러 (Collar)

칼러: 무위험자산과 콜옵션들로 구성된 포트폴리오 또는 기초자산, 콜옵션 및 풋옵션으로 구성된 포트폴리오로 만기 시점에 다음과 같은 손익을 준다.

(II-5) $\min[\max(S(T), X_1), X_2]$ (단, $0 < X_1 < X_2$)

용도: 기초자산으로부터의 현금흐름이 상한과 하한내의 일정한 범위내에서 움직이게 하고자 할 때 이용된다. 즉, 낮은 비용으로 이자율 변동 위험을 관리할 수 있는 수단이 된다.

위의 정의에서 무위험자산과 콜옵션들로 구성된 포트폴리오에 의한 칼러를 먼저 생각해 보자. 칼러는 다음과 같이 행사가격 X_1인 콜옵션을 매입하고 행사가격 X_2인 콜옵션을 매도하면 된다. 이를 강세 스프레드 (bull spread)라고도 하며, 만기 시점의 손익을 수식으

---

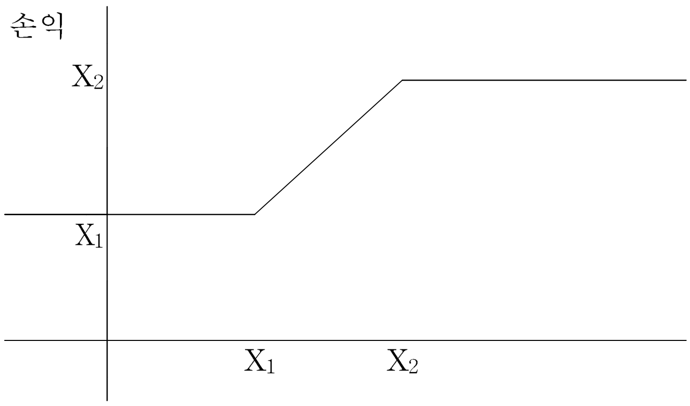
7 현금자산은 무위험자산을 의미한다. 한편, 선도계약 역시 기초자산의 매입 및 무위험자산의 차입과 같은 손익을 제공하므로 패키지에 해당한다. 따라서, 이 정의에서 선도계약이 빠져도 상관없다. 뒤에서 언급되겠지만 콜옵션과 풋옵션 중에서 하나가 빠져도 패키지의 정의는 성립한다.

로 표현하면 다음과 같다.

(Ⅱ-6) $X_1 + \max[0, S(T) - X_1] - \max[0, S(T) - X_2]$

X_1의 현가를 무위험자산에 투자하였으므로 첫 번째 항인 X_1을 받고, 행사가격 X_1인 콜옵션 매입으로부터 두 번째 항만큼의 손익이 발생하며, 행사가격 X_2인 콜옵션의 매도로부터 세 번째 항만큼의 손익이 발생한다. 칼러의 전체 손익을 살펴보면 다음과 같다.

상 황	손 익
$S(T) < X_1$	X_1
$X_1 \le S(T) < X_2$	$S(T)$
$S(T) \ge X_2$	X_2



<그림 II-1> 만기 시점 칼러의 손익

결국, 칼러의 손익은 <그림 II-1>에서 보듯이 X_1과 X_2 사이에서 발생하게 된다. 즉, 칼러 손익의 한계는 최고 X_2에서 최저 X_1이 된다.

이제 두 번째 경우인 기초자산, 콜옵션 및 풋옵션으로 구성된 칼러의 예를 살펴보자. 현재, 기초자산을 보유하고 있는 경우 행사가격 X_2인 콜옵션을 매도하고 행사가격 X_1인 풋옵션을 매입하면 된다. 만기 시점의 손익은 다음과 같다.

(Ⅱ-7) $S(T) + \max[0, X_1 - S(T)] - \max[0, S(T) - X_2]$

이러한 칼러의 전체 손익을 살펴보면 첫 번째 예에서의 경우와 같음을 쉽게 알 수 있다.

칼러가 주로 사용되는 경우는 변동금리채의 이자율을 일정한 범위내에 두고 싶을 때이다.

이제 칼러의 예를 플로어 (floor)와 캡 (cap)의 결합으로써 알아보자.[8] 예를 들어, 변동금리인 이자율이 기초자산이라고 생각해 보자.[9] 어떤 투자자가 변동금리채 (floating rate note: FRN)를 가지고 있는데 이자율이 하락하여 X_1 이하로 떨어지는 것을 방지하고자 한다. 이 경우 이 투자자는 기초자산인 변동금리채와 행사가격 X_1인 표준 유로피안 이자율 풋옵션을 매입하여 플로어를 구성할 수 있다. 만약, 이자율이 하락하여 X_1 이하로 떨어지면 풋옵션을 X_1에 행사하여 변동금리채의 이자율이 X_1 이하로 떨어지는 것을 방지할 수 있다. 한편, 이 투자자가 이자율이 X_2 이상으로 상승하지 않으리라고 생각한다면 기초자산인 변동금리채와 행사가격 X_2인 표준 유로피안 이자율 콜옵션을 매도하여 캡을 구성할 수 있다. 만약, 이자율이 상승하여 X_2 이상으로 올라가면 콜옵션이 행사되어 캡 포지션으로부터의 이자 지급액은 상한선인 X_2가 된다. 이러한 캡 포지션과 플로어 포지션을 결합하면 포트폴리오에서 발생하는 이자율이 일정 범위내로 한정되는 것이 변동금리채의 이자율 칼러가 된다. 칼러의 이용이 가장 빈번하게 이루어지는 경우도 이 경우라고 할 수 있다.

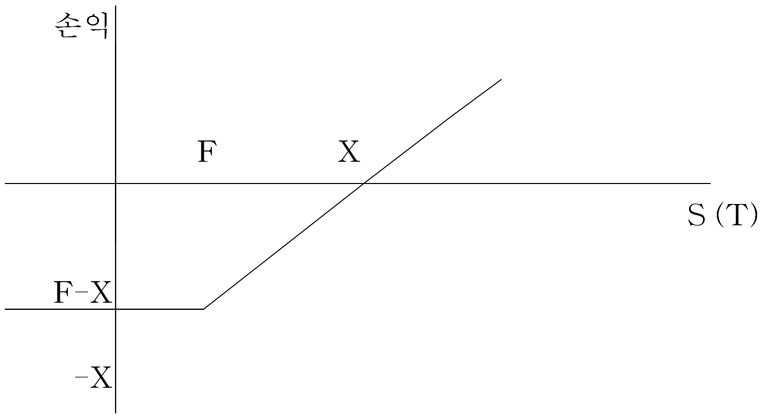
2-2. 브레이크 선도계약 (Break Forward)[10]

정의: <u>최초의 비용 투자 없이 만기 시점에 다음과 같은 손익을 가져다 주는 상품을 지칭한다. 단, $F < X$.</u>

상황	손익
$S(T)<F$	$S(T)-X+F-S(T)=F-X<0$
$F \le S(T) < X$	$S(T)-X<0$
$X \le S(T)$	$S(T)-X>0$

단, F = 기초자산의 현재 선도계약 가격,
만기가 옵션의 만기와 같음.

8 플로어는 기초자산 가격에 하한을 주는 것이고 캡은 기초자산 가격에 상한을 주는 것으로 이해하면 된다. 따라서, 플로어를 구성해 주면 기초자산 가격이 정해진 하한 이하로 떨어지지 않고, 캡을 구성해 주면 기초자산 가격이 정해진 상한 이상으로 상승하지 못한다.
9 여기서 S를 이자율이라고 생각하면 된다.
10 이를 보스톤 옵션 (Boston option), 퇴출옵션 선도계약 (forward with optional exit) 또는 취소가능 선도계약 (cancellable forward)이라고도 부른다.



<그림 II-2> 만기 시점 브레이크 선도계약의 손익

용도: 만기 시점에 약간의 손실을 감수하더라도 최초의 비용 투자 없이 유로피안 콜옵션의 효과를 누리고 싶을 때 이용될 수 있다.

선도계약의 가격이 행사가격보다 작으므로 최초의 투자 비용이 없게 만드는 X를 결정할 수 있다. 이렇게 함으로써 표준적인 유로피안 콜옵션을 최초에 아무런 비용의 투자 없이 구성할 수 있다. 단, 만기 시점에 최대 (F-X) 만큼의 손실이 발생할 수도 있다. 이 상품이 패키지의 요건을 만족하는지 알아보기 위하여 위에서 제시된 손익 관계를 다음과 같이 정리할 수 있다.

(II-8) $-(X-F)+\max[0,S(T)-F]$ (단, $F<X$)

(II-8)에 의하면 브레이크 선도계약은 (X-F)의 현가만큼의 무위험자산을 빌려오고, 선도계약 가격 F를 행사가격으로 하는 유로피안 콜옵션을 매입하면 된다. 구성 요소가 현금자산인 무위험자산과 유로피안 콜옵션이므로 패키지의 정의에 해당한다. 그러면 (II-8)을 0으로 하는 행사가격 X는 어떻게 결정될 수 있을까? 콜옵션 매입에 요구되는 금액이 c라고 한다면 그 만큼을 빌려와야 한다. 따라서, (X-F)는 콜옵션 프레미엄의 미래가치인 ce^{rT}가 된다. 이 때, $(X=F+ce^{rT})$가 성립한다. (II-8)을 다르게 해석하면 유로피안 콜옵션을 매입하되 그 자금은 차입하는 형태가 된다. 만기 시점의 최대 손실 가능액은 (ce^{rT})이 된다.

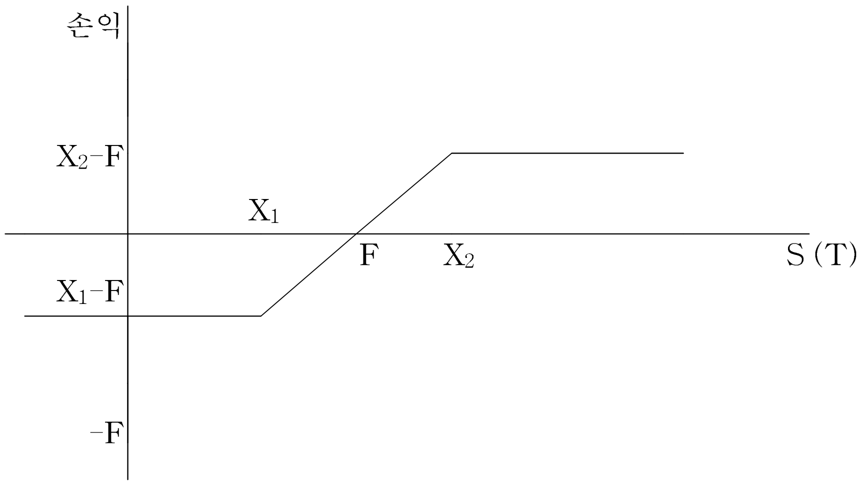
2-3. 범위 선도계약 (Range Forward)[11]

정의: 최초의 비용 투자가 없는 칼러 (zero-cost collar)를 말하며 만기 시점의 손익은 다음과 같다. 단, $X_1<F<X_2$.

11 유연성 선도계약 (flexible forward), 실린더 옵션 (cylinder option), 옵션 펜스 (option fence), 미니맥스 (mini-max) 또는 선도계약 밴드 (forward band)라고도 불린다.

상황	손익
$S(T) < X_1$	$S(T) - F + X_1 - S(T) = X_1 - F < 0$
$X_1 \le S(T) < F$	$S(T) - F < 0$
$F \le S(T) < X_2$	$S(T) - F \ge 0$
$X_2 \le S(T)$	$S(T) - F - S(T) + X_2 = X_2 - F > 0$

단, F = 기초자산의 현재 선도계약 가격 만기가 옵션의 만기와 같음.



<그림 II-3> 만기 시점 범위 선도계약의 손익

용도: 만기 시점에 약간의 손실을 감수하더라도 최초의 비용 투자 없이 칼러 포지션의 효과를 누리고 싶을 때 이용될 수 있다.

($X_1 < F < X_2$)이 가정되었으므로 위의 만기 시점 손익을 만족하는 하한 및 상한의 행사가격을 결정할 수 있다. 이렇게 함으로써 칼러 포지션을 최초에 아무런 비용의 투자 없이 구성할 수 있다. 단, 만기 시점에 최대 $(X_1 - F)$ 만큼의 손실이 발생할 수도 있다. 이 상품이 패키지의 요건을 만족하는지 알아보기 위하여 위에서 제시된 손익 관계를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\text{(II-9)} \quad [S(T) - F] + \max[0, X_1 - S(T)] - \max[0, S(T) - X_2]$$
$$(\text{단}, X_1 < F < X_2)$$

(II-9)에 의하면 범위 선도계약은 첫 번째 항인 선도계약을 매입하고, 행사가격이 X_1인 유로피안 풋옵션을 매입하며, 행사가격이 X_2인 유로피안 콜옵션을 매도하여 구성할 수 있다. 구성 요소가 선도계약과 유로피안 풋옵션 및 콜옵션이므로 패키지의 정의에 해당한다. 그러면 (II-9)식을 0으로 하는 행사가격들은 어떻게 결정될 수 있는가? 선도계약의

현가는 0이므로 유로피안 콜옵션 매도 금액과 풋옵션의 매입 금액을 같게 만드는 X_1과 X_2를 선택하면 된다. 이 때에는 하나의 행사가격이 주어지면 다른 하나도 쉽게 결정되므로 수많은 조합이 존재한다. 따라서, 범위선도계약의 행사가격 조합은 고객의 선호에 맞게 얼마든지 창출할 수 있다.

2-4. 포트폴리오 인슈어런스 (Portfolio Insurance)

정의: 최대한의 손실을 일정한 수준으로 막아주면서 기초자산의 가격 상승분에 대해서는 비례적으로 수익을 얻는 상품을 말하는데 만기 시점의 손익은 다음과 같다.

(II-10) $\max[K, S(0)+\beta(\alpha S(T)-S(0))]$

단, $0<\alpha<1$, $\beta>0$이고

S(0)는 현재 시점 (0 시점)의 기초자산 가격을 의미한다.

용도: 위험자산에 투자하고자 할 경우 최대 손실을 일정 수준으로 제한하고 기초자산의 가격 상승분에 대해서는 혜택을 받고자 하는 경우에 사용될 수 있다.

여기서, α는 '업사이드 캡춰 (upside capture)'라고 하고, β는 '업사이드 게인 (upside gain)'이라고 한다. K는 최대 손실이 발생할 경우의 포트폴리오 가치를 의미한다. β가 1인 경우, 만기 시점 손익은 $\max[K, \alpha S(T)]$가 되므로 $\alpha S(T)$가 K보다 크다면 만기 시점의 손익은 기초자산 가치의 α배가 된다. 한편, α가 1인 경우에는 만기 시점 손익이 $\max[K, S(0)+\beta(S(T)-S(0))]$가 된다. 따라서, 기초자산 가격 상승시에 증가 이익 (upside payoff)은 기초자산 가격 상승분의 β배가 된다.

포트폴리오 인슈어런스도 다음과 같이 무위험자산과 유로피안 콜옵션의 매입으로 분해될 수 있으므로 패키지의 정의에 해당된다.

(II-11) $K+\alpha\beta\max[0, S(T)-\{K-S(0)(1-\beta)\}/\alpha\beta]$

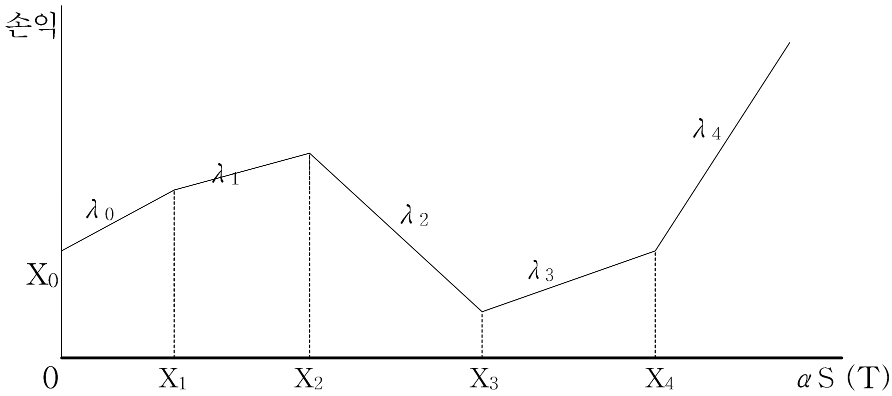
이러한 포트폴리오 인슈어런스 옵션의 현가는 행사가격의 현가인 Kr^{-1}에 기초자산과 만기가 같으며 행사가격을 $\{K-S(0)(1-\beta)\}/\alpha\beta$로 하는 $\alpha\beta$개 유로피안 콜옵션의 현가를 더한 것과 같다.

2-5. 단계별-선형 옵션 (Piecewise-Linear Payoff Options)

정의: 기초자산의 가격 수준 단계별로 임의적인 단계별-선형의 (arbitrary piecewise-linear) 손익을 제공하는 옵션을 말한다.

용도: 기초자산의 가격 수준 단계별로 임의적인 단계별-선형 (arbitrary piecewise -linear) 손익의 발생을 원할 때 사용한다.

아래의 그림은 단계별-선형 옵션의 손익을 보여주고 있다. 기초자산의 가격에 α를 곱한 값의 변화에 따라 만기 시점의 손익은 단계별로 선형함수를 나타낸다. 즉, $\alpha S(T)$의 수준인 (X_1, X_2, X_3, ・・・)에 따라 만기 시점의 손익은 변해간다. $\alpha S(T)$가 0이라면 X_0의 손익을 주고, 0보다 크고 X_1보다 작거나 같다면 X_0에 $\lambda_0\alpha S(T)$ 만큼을 더한 손익을 준다. $\alpha S(T)$가 X_1보다 크거나 같고 X_2 보다 작다면 X_1까지의 손익에 $\lambda_1(\alpha S(T)-X_1)$ 만큼을 더한 손익이 발생한다. 한 단계 더 나아가 $\alpha S(T)$가 X_2보다 크거나 같고 X_3보다 작다면 X_2까지의 손익에 $\lambda_2(\alpha S(T)-X_2)$ 만큼의 손익이 추가로 발생한다. <그림 Ⅱ-4>는 이러한 과정을 도해적으로 표현하고 있다. λ_i (단, $i=1,2,\cdot\cdot\cdot$)는 각 단계별에 해당하는 기울기로 각 단계별 손익을 결정시켜 준다.



<그림 II-4> 단계별-선형 옵션의 만기 시점 손익

위에서 보여진 손익은 다음과 같이 유로피안 콜옵션을 포함하는 포트폴리오로 정의될 수 있다.

(II-12)
$$X_0+\alpha\lambda_0 S(T)+\alpha(\lambda_1-\lambda_0)\max[0,S(T)-X_1/\alpha]$$
$$+\alpha(\lambda_2-\lambda_1)\max[0,S(T)-X_2/\alpha]+\cdot\cdot\cdot$$

단계별-선형 옵션은 무위험자산을 X_0e^{-r}만큼 매입하고, $\alpha\lambda_0$개의 기초자산을 매입하며, 행사가격 X_1/α의 콜옵션을 $\alpha(\lambda_1-\lambda_0)$개 매입함으로써 구성될 수 있다.[12] 따라서, 단계별-선형 옵션도 패키지에 해당되는데 (II-12)와 같이 손익이 결정되는 과정을 <그림 II-4>를 보면서 생각해 보자. 먼저, 기초자산의 가격이 0일 때 X_0가 지불되기 위하여 무위험자산의 매입이 요구된다. 기초자산 가격이 X_1보다 작거나 같은 수준에서 $\alpha S(T)$가 증가될 경

12 단계가 더 많아질수록 비슷하게 콜옵션을 늘려 나가면 된다.

우 이로부터의 손익을 얻기 위하여 $\alpha\lambda_0$개의 기초자산 매입이 필요하다. 그런데, 기초자산 가격 상승으로부터의 수익이 $\alpha S(T)$가 X_1인 점까지로 제한되므로 이를 반영하기 위하여 행사가격 X_1/α를 가지는 유로피안 콜옵션을 $\alpha\lambda_0$개 매도하여야 한다. 계속해서 $\alpha S(T)$가 X_1부터 X_2까지의 손익을 얻기 위하여 행사가격 X_1/α를 가지는 유로피안 콜옵션을 $\alpha\lambda_1$개 매입하여야 한다. 또한 이러한 손익도 $\alpha S(T)$가 X_2인 점까지만 발생하여야 하므로 이를 반영하기 위하여 행사가격 X_2/α를 가지는 유로피안 콜옵션을 $\alpha\lambda_1$개 매도하여야 한다. 이러한 과정을 계속해 나가면 (II-12)의 손익이 쉽게 유도될 수 있다.

단계별-선형 옵션은 매우 일반화된 형태로 여러 가지 패키지를 이 옵션의 특수한 형태로 볼 수 있다. 단계별-선형 옵션의 모수 (parameter)들을 다음과 같이 가정해 보자.

$$X_0 = X_1 < X_2,\ \lambda_0 = 0,\ \lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \cdots = 0,\ \alpha = 1$$

이 경우 만기 시점의 손익은 다음과 같이 되어 앞의 (II-5)에서 제시된 칼러의 손익과 일치한다.

(II-13) $X_1 + \max[0, S(T) - X_1] - \max[0, S(T) - X_2]$

이번에는 다음과 같이 모수들을 가정해 보자. 이 경우에는 (II-14)과 같이 만기 시점의 손익은 방비된 콜옵션 (covered call)을 발행하는 것과 같다.[13]

$$X_0 = 0\quad \lambda_0 = 1,\ \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \cdots = 0,\ \alpha = 1$$

(II-14) $S(T) - \max[0, S(T) - X_1]$

3. 선도 옵션 (Forward Start Option)

정의: 일정한 시점 (承認日, grant date)이 지난 뒤부터 효력이 발생하는 옵션으로 효력이 발생하는 승인일에 등가격 (at-the-money)으로 행사가격이 정해진다.

용도: 기업에서 종업원의 업무 동기 부여를 위한 주식 옵션을 주고자 하는 경우 이용될 수 있다.

선도 옵션이란 미리 정해놓은 시점 이후부터 그 효력이 발생하는 옵션으로 종업원의 업무 동기 부여를 위한 용도로 쓰여질 경우 콜옵션을 생각할 수 있다. 여기서는 콜옵션을

13 방비된 콜옵션의 발행이란 기초자산을 보유하고 있으면서 그에 대한 콜옵션을 발행하는 것을 말한다.

대상으로 분석해 보자. 선도 옵션은 다음과 같은 가정이 충족되어지는 경우 가격이 쉽게 결정되어질 수 있다. 첫째, 콜옵션의 가격이 기초자산의 가격과 행사가격에 1차 동차이어야 한다.[14] 둘째, 승인일인 t 시점 이후에 기초자산의 가격이 알려지면 이 옵션의 가격결정을 위한 모든 불확실성은 없어진다. 이 가정도 다른 요인들의 불확실성이 없다는 것으로 일반적인 가정이다. 셋째, 옵션의 가격결정에 필요한 변수들이 시간에 따라 변하지 않아야 하며, 기초자산의 승인일까지 배당률은 상수로 알려져 있다.

이제 이를 바탕으로 선도 옵션의 가격을 추론해 보자. 승인일은 t 시점이고, 만기일은 T 시점이다. 위의 첫 번째 가정으로부터 승인일에 등가격 (at-the-money)에 있는 선도 옵션의 가격은 다음과 같이 쓸 수 있다. 가격은 t 시점의 가격이고, 첫 번째 요소는 기초자산 가격이며, 두 번째 요소는 행사가격이다. 마지막 요소는 만기까지 남은 기간을 의미한다.

(II-15) $c(S(t), S(t), T-t) = S(t)c(1, 1, T-t)$

세 번째 가정으로부터 옵션의 가격결정에 필요한 변수들이 시간에 따라 변하지 않으므로 콜옵션 공식 안의 S(t)는 밖으로 나올 수 있다. 즉, 우변 항의 콜옵션 가치에서 기초자산의 가격과 행사가격은 1로 표준화되었고 이에 대한 날짜 첨자는 필요하지 않다. 위의 우변 항에서 콜옵션은 기초자산 가격 1, 행사가격 1, 만기까지 (T-t) 기간이 남은 콜옵션이므로 가격은 쉽게 구해질 수 있다. 즉, 선도 옵션의 가치는 위와 같은 손익을 주므로 현재 0시점에 c(1,1,T-t)개의 기초자산을 보유하는 것과 같다. 기초자산의 배당률을 고려하면 선도 옵션의 현재가치는 다음과 같다.

(II-16) $S(0)e^{-dt}c(1, 1, T-t)$

이를 다시 쓰면, $e^{-dt}c(S(0), S(0), T-t)$가 되므로, 결국 선도 옵션의 가치는 만기가 (T-t)이며 행사가격이 현재의 기초자산 가격과 같은 등가격 (at-the-money) 옵션을 e^{-dt}개 소유한 것과 같다.

위와 같은 가격결정 방법은 내가격 (in-the-money) 또는 외가격 (out-of-the- money)을 가지는 옵션에 대해서도 적용될 수 있다. α 를 양수라고 할 때, 승인일에 옵션의 가치를 $c(S(t), \alpha S(t), T-t)$라고 하면, 이러한 선도 옵션의 현가는 다음과 같다.

(II-17) $e^{-dt}c(S(0), \alpha S(0), T-t)$

여기서 α를 조정함으로써 내가격 및 외가격의 선도 옵션도 쉽게 가격이 계산될 수 있다.

14 이는 표준적인 유로피안 콜옵션의 프레미엄을 블랙-숄즈의 공식을 이용하여 계산할 경우 당연히 성립한다. Ingersoll (1987)의 307쪽과 319쪽을 참조하시오

한편, 고용주가 확실한 약속을 기피하고자 하는 경우에는 승인일이 불확실할 수 있다. 이 경우에도 승인일까지 기초자산의 배당이 없다면 이러한 추론은 계속 성립한다. c(1,1,T-t)개의 기초자산을 보유함으로써 똑같은 손익이 발생하기 때문이다. 따라서, 이 경우에 선도 옵션의 가치는 $S(0)c(1,1,T-t)$라고 할 수 있다. 그러나 만약 승인일이 불확실하고 기초자산의 배당이 계속 존재한다면 승인일이 멀어질수록 선도 옵션의 현재가치는 줄어들 것이다. 왜냐하면 선도 옵션의 소유자가 승인일까지 아무런 배당을 받지 못하기 때문이다. 만약, 옵션의 수령에 고용 상태의 지속이 전제가 되고, 고용 상태의 지속 확률이 기초자산의 가격과 독립적이며, 해고 위험에 대해서 위험 중립적이라면, 선도 옵션의 가치는 (II-16)에 (1-해고 확률)을 곱하여 하향 조정 되어야 한다.

4. 복합 옵션 (Compound Option)

정의: 옵션에 대한 옵션으로, 옵션 자체를 기초자산으로 하는 옵션을 말한다.[15]

용도: 일정 시간이 지난 뒤에 옵션의 매도 또는 매입을 결정하여야 할 경우 이용될 수 있다.

옵션에 대한 옵션인 복합 옵션은 크게 4가지로 나눌 수 있다: 콜옵션에 대한 콜옵션 (call on call), 풋옵션에 대한 콜옵션 (call on put), 콜옵션에 대한 풋옵션 (put on call), 풋옵션에 대한 풋옵션 (put on put). 따라서, 복합 옵션은 2개의 만기와 2개의 행사가격을 가지게 된다. 예를 들어 콜옵션에 대한 콜옵션을 생각해 보자. 복합 옵션의 보유자는 첫 만기일인 t 시점에 행사가격 X_1을 지불하고 콜옵션을 받을 권리가 주어진다. 새로 받는 콜옵션은 두 번째 만기일인 T 시점에 행사가격 X_2로 기초자산을 매입할 수 있는 권리다. 단, 복합 옵션은 첫 번째 만기일에 새로운 옵션의 가치가 행사가격을 초과할 경우에만 행사된다.

기초자산이 기하적 브라우니안 운동 (geometric Brownian motion)을 한다고 가정할 때, 콜옵션에 대한 유로피안 콜옵션의 가치는 다음과 같다.[16]

(II-18) $$S(0)e^{-dT}N_2(a_1, b_1; \sqrt{t/T}) - X_2 e^{-rT}$$
$$N_2(a_2, b_2; \sqrt{t/T}) - e^{-rt}X_1 N(a_2)$$

단, $$a_1 = \frac{\log(S(0)/S^*) + (r - d + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}; \quad a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{t}$$

$$b_1 = \frac{\log(S(0)/X_2) + (r - d + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; \quad b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{T}$$

15 기초자산이 되는 옵션은 모든 종류의 옵션이 될 수 있으나 여기서는 우선 유로피안 옵션만을 생각하자.
16 이변량 정규분포의 누적함수 계산 절차는 Hull (1997)의 Appendix 11B를 참조하시오.

여기서 N_2는 표준화된 이변량 정규분포의 누적함수로, 첫 번째 요소는 첫 번째 확률변수를 두 번째 요소는 두 번째 확률변수의 값을 의미하며, 세 번째 요소는 두 확률변수의 상관계수를 의미한다.

S^*는 첫 번째 만기 시점인 t 시점에 새로운 옵션의 가치가 첫 번째 행사가격인 X_1과 같게 하는 기초자산의 가격이다. 실제의 기초자산 가격이 이를 초과하면 콜옵션에 대한 콜옵션인 복합 옵션은 행사될 것이고 그렇지 않으면 행사되지 않을 것이다. 다른 복합 옵션의 가격도 비슷하게 얻어질 수 있다.

콜옵션에 대한 유로피안 풋옵션의 프레미엄:

(II-19) $$X_2 e^{-rT} N_2(-a_2, b_2; -\sqrt{t/T}) - S(0)e^{-dT} N_2(-a_1, b_1; -\sqrt{t/T}) + e^{-rt} X_1 N(-a_2)$$

풋옵션에 대한 유로피안 콜옵션의 프레미엄:

(II-20) $$X_2 e^{-rT} N_2(-a_2, -b_2; \sqrt{t/T}) - S(0)e^{-dT} N_2(-a_1, -b_1; \sqrt{t/T}) - e^{-rt} X_1 N(-a_2)$$

풋옵션에 대한 유로피안 풋옵션의 프레미엄:

(II-21) $$S(0)e^{-dT} N_2(a_1, -b_1; -\sqrt{t/T}) - X_2 e^{-rT} N_2(a_2, -b_2; -\sqrt{t/T}) + e^{-rt} X_1 N(a_2)$$

이러한 복합 옵션의 개념은 비표준 옵션으로까지 확대될 수 있다. 즉, 첫번째 행사로부터 얻게 되는 옵션을 비표준 옵션으로 해도 된다.[17] 또한 2번의 행사 시점을 일반화하여 여러 번으로 할 수도 있다.

5. 선택자 옵션 (Chooser Option)[18]

정의: <u>현재 매입하여도 미리 정해진 시간이 경과된 뒤에 옵션의 형태 (같은 행사가격과 만기를 가지는 유로피안 풋옵션 또는 유로피안 콜옵션)를 선택할 수 있는 옵션을 말한다.</u>

17 이 경우 가격 결정은 달라진다.
18 'As You Like It' 옵션이라고도 한다.

용도: 미래의 어떤 시점에 발생할 사건의 결과에 따라 옵션의 형태를 결정하고 싶을 때 사용할 수 있다.

미리 정해진 시간을 t라고 하면 t 시점에 선택자 옵션의 손익은 다음과 같다.

(II-22) $\max[c(X, T-t), p(X, T-t); t]$

단, c(X,T-t)는 행사가격 X, 만기 (T-t)인 유로피안 콜옵션의 가격

p(X,T-t)는 행사가격 X, 만기 (T-t)인 유로피안 콜옵션의 가격

콜옵션과 풋옵션을 선택할 수 있다고 해서 행사가격・만기・기초자산이 모두 같은 콜옵션과 풋옵션을 동시에 보유하는 것과 동일하지는 않다. 왜냐하면, 선택자 옵션의 경우 t 시점 이후에는 하나의 선택된 옵션만이 존재하나, 후자의 경우에는 여전히 2개의 옵션이 존재하기 때문이다. 따라서, 후자의 포지션 손익이 더 크거나 같을 것이고 가격도 비싼 것이 당연하다. 선택자 옵션의 가격결정은 아래에서와 같이 매우 쉽게 이루어질 수 있다. 유로피안 옵션은 만기까지 항상 풋-콜 패리티 정리가 성립하므로 t 시점의 손익을 다음과 같이 변환시킬 수 있다.

(II-23)
$$\begin{aligned}&\max[c(X, T-t), c(X, T-t) - S(t)e^{-d(T-t)} + Xe^{-r(T-t)}; t]\\ &= c(X, T) + \max[0, Xe^{-r(T-t)} - S(t)e^{-d(T-t)}; t]\\ &= c(X, T) + e^{-d(T-t)}\max[0, Xe^{-(r-d)(T-t)} - S(t); t]\end{aligned}$$

t 시점에서 행사가격 X, 만기 (T-t)인 콜옵션의 가격은 현재 시점인 0 시점에서 본다면 행사가격 X, 만기 T인 콜옵션의 가격과 같다. 즉, $[c(X, T-t); t] = c(X, T)$이 성립한다. 왜냐하면 행사가격과 만기가 같은 유로피안 콜옵션이므로 관찰하는 시점이 다르다고 하여도 손익은 같을 수 밖에 없다. 위의 (II-23)에 의하면 선택자 옵션은 기초자산 가격 S(0), 행사가격 X, 만기 T인 유로피안 콜옵션을 매입하고 동시에 기초자산 가격 S(0), 행사가격 $Xe^{-(r-d)(T-t)}$, 만기 t인 유로피안 풋옵션을 $e^{-d(T-t)}$개 매입하는 것과 같다. 따라서, 표준 유로피안 선택자 옵션은 앞에서 설명된 패키지에 해당한다고 볼 수 있다. (II-23)식을 블랙-숄즈의 공식에 의하여 표현하면 다음과 같다.

(II-24) 선택자 옵션의 프레미엄

$$= [S(0)e^{-dT}N(a_1) - Xe^{-rT}N(a_2)] + [X^* e^{-rt}N(-b_2) - S(0)e^{-dt}N(-b_1)]$$

$$= [S(0)e^{-dT}N(a_1) - Xe^{-rT}N(a_2)] + [X^* e^{-rt}N(-b_2) - S(0)e^{-dt}N(-b_1)]$$

단, $X^* = Xe^{-(r-d)(T-t)}$

$$a_1 = \frac{\log(S(0)/X) + (r - d + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$b_1 = \frac{\log(S(0)/X^*) + (r - d + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{t}$$

(II-24)의 선택자 옵션 가치는 t의 값에 따라 변해간다. 쉽게 이해될 수 있도록 등가격 선택자 옵션으로 예를 들어보자. t가 0인 경우에는 유로피안 콜옵션의 가치와 같다. 왜냐하면 (t=0)은 지금 당장 선택하여야 함을 의미한다. 같은 기초자산, 만기, 행사가격을 가지는 등가격 콜옵션과 등가격 풋옵션일 경우에는 콜옵션의 가격이 더 크므로 선택자 옵션의 가치는 콜옵션의 가치와 같다.[19] t가 T인 경우는 마지막 시점에 가서 선택하는 것이므로 콜옵션과 풋옵션을 동시에 보유하는 스트래들과 같게 되므로 선택자 옵션의 프레미엄은 스트래들의 가치와 같다.

위와 같이 선택자 옵션에서 콜옵션과 풋옵션의 만기와 행사가격이 같은 경우는 식 (II-24)에 의해서 프레미엄이 쉽게 구해질 수 있다. 그러나, 만기와 행사가격이 다른 일반적인 선택자 옵션의 경우에는 프레미엄이 쉽게 산출되지 않는다. 만기 T_1, 행사가격 X_1인 콜옵션과 만기 T_2, 행사가격 X_2인 풋옵션으로 구성된 선택자 옵션의 t 시점 손익은 다음과 같다.

(II-25) $\max[c(X_1, T_1), p(X_2, T_2); t]$

단, T_1: 콜옵션의 만기 ($T_1 > t$)

T_2: 풋옵션의 만기 ($T_2 > t$)

X_1: 콜옵션의 행사가격

X_2: 풋옵션의 행사가격

이러한 선택자 옵션의 프레미엄은 앞에서의 패키지처럼 쉽게 산출될 수 없다. 이러한 선택자 옵션의 프레미엄은 다음의 식에 의해 구해질 수 있다.

(II-26) 일반적인 선택자 옵션의 프레미엄

$$= S(0)e^{-dT_1}N_2(a, b_1; \rho_1) - X_1 e^{-rT_1}N_2(a - \sigma\sqrt{t}, b_1 - \sigma\sqrt{t}; \rho_1)$$
$$- S(0)\,e^{-dT_2}N_2(-a, -b_2; \rho_2) + X_2\,e^{-rT_2}$$
$$N_2(-a + \sigma\sqrt{t}, -b_2 + \sigma\sqrt{T_2}; \rho_2)$$

단, $a = \dfrac{\log(S(0)/S^*) + (r - d + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}$

$$b_1 = \frac{\log(S(0)/X_1) + (r - d + \sigma^2/2)T_1}{\sigma\sqrt{T_1}}$$

---

19 배당률이 무위험이자율보다 작다고 가정하였다.

$$b_2 = \frac{\log(S(0)/X_2) + (r - d - \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}$$

$$\rho_1 = \sqrt{t/T_1}\,, \quad \rho_2 = \sqrt{t/T_2}$$

a에 포함된 S^*는 t 시점 이후에 표준 유로피안 콜옵션인 $c(K_1, T_1)$의 가치가 표준 유로피안 풋옵션인 $p(K_2, T_2)$의 가치와 같게 해주는 기초자산의 가격이다. 이러한 가격의 산출은 수치해석법에 의하여 해결될 수 있다.[20]

이제, 선택자 옵션의 사용 예를 잠시 살펴보자. 어떤 미국 기업이 100일 뒤에 영국의 파운드화로 결제를 하여야 한다. 이 기업은 파운드화의 가치 상승으로부터 발생하는 위험을 가지게 된다. 이를 제거하기 위해서 파운드화에 대한 통화 콜옵션을 매입할 수도 있다. 이 기업은 또 68일 뒤에 파운드화의 수금이 있을 것으로 예상되는데 이 경우에는 파운드화의 가치 하락으로부터 발생하는 위험을 부담하게 된다. 이를 제거하기 위해서는 파운드화에 대한 통화 풋옵션을 매입할 수도 있다. 한편, 이 기업은 30일 뒤에 달러화와 파운드화의 환율에 영향을 미치는 사건이 있을 것으로 기대하지만 방향성은 전혀 모르고 있다. 이 때, 이 기업이 사용할 수 있는 방법이 선택자 옵션의 매입이라고 할 수 있다. 현재 파운드화에 대한 달러 환율은 ＄1.58/￡이고, 기초자산이 되는 콜옵션의 만기는 70 (=100-30)일이며, 행사가격은 ＄1.6/￡이다. 풋옵션의 경우는 만기가 38 (68-30)일이고, 행사가격은 ＄1.56/￡이라고 하자. 이 기업은 30일 뒤에 발생하는 사건의 추이에 따라 선택자 옵션을 행사하여 환위험으로부터 벗어날 수 있다.[21]

한편, 선택자의 선택 시기를 아메리칸 형태로 할 수도 있으나, 그러한 조항은 의미가 없다. 왜냐하면 t 시점까지 충분히 시간을 두고 생각하는 것이 그보다 일찍 선택의 옵션을 행사하는 것보다 유리하기 때문이다.

---

20 아래의 항등식이 성립하는 S^*를 구하면 된다. 구하는 방식은 Newton-Raphson 탐색법 등이 이용될 수 있다.

$$S^* e^{-d(T_1-t)} N(z_1) - X_1 e^{-r(T_1-t)} N(z_1 - \sigma\sqrt{T_1 - t})$$
$$= X_2 e^{-r(T_2-t)} N(-z_2 + \sigma\sqrt{T_2 - t}) - S^* e^{-d(T_2-t)} N(-z_2)$$

단, $z_1 = \dfrac{\log(S^*/X_1) + (r - d + \sigma^2/2)(T_1 - t)}{\sigma\sqrt{T_1 - t}}$

$$z_2 = \frac{\log(S^*/X_2) + (r - d + \sigma^2/2)(T_2 - t)}{\sigma\sqrt{T_2 - t}}$$

21 환 (＄￡)의 변동성을 12%/365일, 미국의 이자율을 4.5%/360일, 영국의 이자율을 5.6%/360일이라고 할 때, 선택자 옵션의 가치는 파운드당 5.48센트가 됨을 (II-26)으로부터 확인할 수 있다.

6. 디지탈 (Digital) 옵션[22]

정의: 기초자산의 가격에 따라 손익이 연속적으로 주어지기 보다는 옵션이 내가격 (in-the-money) 상태가 될 경우 정해진 금액 또는 기초자산 가치만큼 등의 불연속적인 손익을 받게 되는 옵션을 말한다.

용도: 개인의 위험 선호도 측면에서 표준 유로피안 콜옵션 (풋옵션)을 매입하는 것보다 더 유리하다고 생각될 때 이용된다.

디지털 옵션에는 여러 가지 종류가 있다. 여기서는 그 중에서 Cash-or-nothing 옵션, Asset-or-nothing 옵션, 갭 옵션, 슈퍼쉐어 (Supershares)에 대해서 살펴보기로 하자.

6-1. Cash-or-nothing 옵션

정의: Cash-or-nothing 콜옵션 (풋옵션)은 만기 시점에 기초자산의 가격이 행사가격 X를 초과할 (미달할) 경우에 미리 정해진 금액을 지불하는 옵션이다.

만약 만기 시점에 기초자산의 가격이 X에 미달할 (초과할) 경우에는 아무런 손익이 없다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(II-27) 손익 $= \begin{cases} 0, & \text{if } \Phi S(T) \le \Phi X \\ K, & \text{if } \Phi S(T) > \Phi X \end{cases}$

단, 콜옵션일 경우 $\Phi=1$이고 풋옵션일 경우 $\Phi=-1$

블랙-숄즈의 공식으로부터 볼 때, 위험중립의 의미에서 $N(a_2)$는 옵션이 내가격으로 마감될 확률을 의미한다. Cash-or-nothing 콜옵션의 경우는 옵션이 내가격으로 마감될 경우 일정한 금액 K만큼을 받게되므로 위험중립의 의미에서 내가격이 될 확률에 K를 곱한 금액을 할인하여 프레미엄을 쉽게 계산할 수 있다. 마찬가지로 Cash-or-nothing 풋옵션의 프레미엄도 미리 정해진 금액 K의 현가에 풋옵션이 내가격 상태로 마감될 확률인 $N(-a_2)$를 곱한 금액을 할인하여 쉽게 구할 수 있다.

(II-28) Cash-or-nothing 옵션의 프레미엄 $= Ke^{-rT}N(\Phi a_2)$

단, 콜옵션일 경우 $\Phi=1$이고 풋옵션일 경우 $\Phi=-1$,

a_2: (Ⅱ-1)식에서의 정의와 같음.

---

22 '이진 옵션 (Binary Option)'이라고도 한다.

6-2. Asset-or-nothing 옵션

정의: Asset-or-nothing 콜옵션 (풋옵션)은 만기 시점에 기초자산의 가격이 행사가격 X를 초과할 (미달할) 경우에 기초자산의 가격을 지불하는 옵션이다.

(II-29) 손익 $= \begin{cases} 0, & \text{if } \Phi S(T) \leq \Phi X \\ S(T), & \text{if } \Phi S(T) > \Phi X \end{cases}$

단, 콜옵션일 경우 $\Phi=1$이고 풋옵션일 경우 $\Phi=-1$

이 옵션의 프레미엄도 블랙-숄즈의 공식으로부터 쉽게 알 수 있다. 앞에서도 언급하였듯이, 블랙-숄즈 공식의 첫 부분은 옵션 행사시에 받을 금액의 현가를 의미하고, 두 번째 부분은 옵션 행사시에 지불하여야 하는 금액을 의미한다. 그런데 Asset-or-nothing 옵션이 행사될 경우 아무런 지불 없이 기초자산을 받으므로 첫 번째 항 자체가 이 옵션의 프레미엄이 된다.

(II-30) Asset-or-nothing 옵션의 프레미엄 $= S(0)e^{-dT}N(\Phi a_1)$
단, 콜옵션일 경우 $\Phi=1$이고 풋옵션일 경우 $\Phi=-1$,
a_1: (Ⅱ-1)식에서의 정의와 같음.

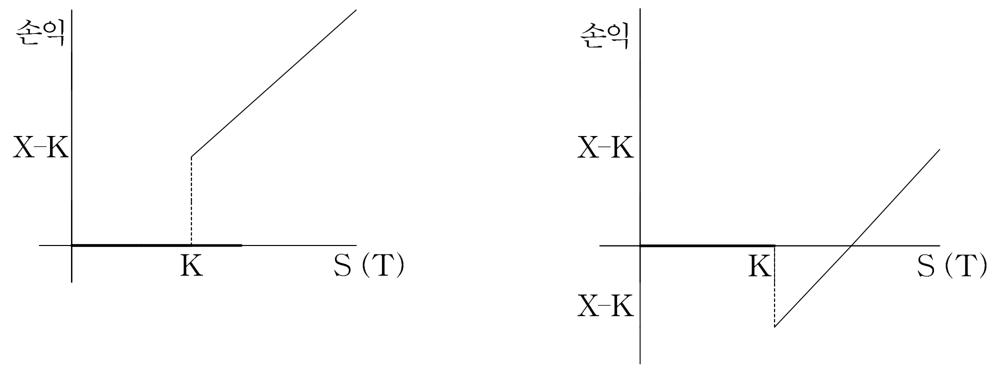
6-3. 갭 옵션

정의: 표준 유로피안 옵션과 비슷하나, 옵션 행사시 기초자산 가격이 미리 정해놓은 금액(행사가격과 다를 수 있음)을 초과하는 부분만큼 지급하는 옵션을 말하며, 만기 시점에 다음과 같은 손익이 발생한다.

(II-31) 손익 $= \begin{cases} 0, & \text{if } \Phi S(T) \leq \Phi X \\ \Phi S(T) - \Phi K, & \text{if } \Phi S(T) > \Phi X \end{cases}$

단, 콜옵션일 경우 $\Phi=1$이고 풋옵션일 경우 $\Phi=-1$

K가 행사가격 X와 같으면 갭 옵션은 표준 유로피안 옵션이 된다. (K-X)를 갭이라고 하는데 양의 갭을 가지는 콜옵션은 표준 유로피안 콜옵션보다 프레미엄이 작고, 양의 갭을 가지는 풋옵션은 표준 유로피안 풋옵션보다 프레미엄이 크다. 또한 행사가격으로 볼 때, 갭 콜옵션이 내가격 상태라 할지라도 만기 시점의 손익이 반드시 양수는 아니다. 왜냐하면, 기초자산의 가격이 K와 행사가격 X 사이에 존재하는 경우에는 손실이 발생하기 때문이다. 갭 콜옵션의 만기 시점 손익은 <그림 II-5>와 같다.



(a) 'K < X (행사가격)'인 경우 (b) 'K > X (행사가격)'인 경우

<그림 II-5> 만기 시점 갭 콜옵션의 손익

갭 콜옵션은 Asset-or-nothing 콜옵션을 매입하고 Cash-or-nothing 콜옵션을 매도한 것과 같으므로, 갭 콜옵션의 프레미엄은 (II-30)에서 (II-28)을 차감하여 쉽게 계산될 수 있다. 이를 풋옵션의 경우와 함께 고려하여 표현하면 다음과 같다.

(II-32) 갭 옵션의 프레미엄 = $\Phi S(0)e^{-dT}N(\Phi a_1) - \Phi Ke^{-rT}N(\Phi a_2)$

단, 콜옵션일 경우 $\Phi=1$이고 풋옵션일 경우 $\Phi=-1$,

a_1, a_2: (II-1)식에서의 정의와 같음.

(II-32)식에서 갭 옵션의 프레미엄이 0이 되도록 K가 결정된다면 다음에 설명될 후불 옵션 (Pay-later Option)이 된다. 이 경우 최초에 프레미엄의 지불은 없고, 만기 시점에 ($\Phi S(T) > \Phi X$)이 성립할 경우에만 프레미엄이 지불된다.

6-4. 슈퍼쉐어 (Supershares)

정의: <u>일정한 범위 내에서 기초자산에 비례하여 다음과 같은 만기 시점의 손익을 지불하는 옵션을 말한다.</u>

$$\text{(II-33) 손익} = \begin{cases} 0 & \text{if } S(T) < X_L \\ S(T)/X_L & \text{if } X_L < S(T) < X_H \\ 0 & \text{if } X_H \leq S(T) \end{cases}$$

위와 같은 손익은 Asset-or-nothing 콜옵션의 강세 스프레드 $1/X_L$개와 같다고 볼 수 있다. 즉, 강세 스프레드는 행사가격 X_L을 가지는 Asset-or-nothing 콜옵션을 매입하고, 행사가격 X_H를 가지는 Asset-or-nothing 콜옵션을 매도하여 구성될 수 있다. 따라서, 슈퍼쉐어의 프레미엄은 (II-30)식을 이용하여 다음과 같이 계산될 수 있다.

(II-34)　슈퍼쉐어의 프레미엄 = $S(0)e^{-dT}[N(a_L) - N(a_H)]$

단, $a_L = \dfrac{\ln(S(0)/X_L) + (r - d + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$$a_H = \frac{\ln(S(0)/X_H) + (r - d + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

7. 후불 옵션 (Pay-later Option)

정의: <u>옵션의 프레미엄이 행사시점에 지불되는 우발적 옵션 (contingent option)으로, 내가격 상태가 되면 반드시 행사되어야만 한다.</u>

용도: <u>최초의 비용인 프레미엄의 지불 없이 기초자산의 큰 가격 변화로부터의 위험을 헤지하는데 이용할 수 있다.</u>

후불 옵션은 앞에서도 언급하였듯이 갭 옵션의 특수한 경우로 볼 수 있다. 후불 옵션은 만기 시점에 내가격 상태이기만 하면 프레미엄을 지불하고도 남을 정도의 충분한 내가격 상태가 아니더라도 반드시 행사되어야만 한다. 그러나 초기의 프레미엄 지불이 없으므로 초기의 부담이 작아진다. 이제 후불 콜옵션의 프레미엄 결정에 대해서 생각해 보자.

유로피안 후불 콜옵션의 만기 시점 손익은 다음과 같다.

(II-35)　손익 = $\begin{cases} S(T) - X - K &, \text{ if } S(T) > X \\ 0 &, \text{ if } S(T) \le X \end{cases}$

위에서 K가 옵션 행사시에 제공되는 옵션의 프레미엄이 된다. 즉, 초기 투자비용이 존재하지 않도록 K를 정하면 된다. 이를 위해서 (II-35)식을 다음과 같이 표준 유로피안 콜옵션과 디지탈 Cash-or-nothing 콜옵션의 조합으로 표현할 수 있다.

(II-36)　손익= $\begin{cases} S(T) - X &, \text{ if } S(T) > X \\ 0 &, \text{ if } S(T) \le X \end{cases} - \begin{cases} K &, \text{ if } S(T) > X \\ 0 &, \text{ if } S(T) \le X \end{cases}$

$$= \begin{cases} S(T) - X &, \text{ if } S(T) > X \\ 0 &, \text{ if } S(T) \le X \end{cases} - K \begin{cases} 1 &, \text{ if } S(T) > X \\ 0 &, \text{ if } S(T) \le X \end{cases}$$

첫 번째 항은 표준 유로피안 콜옵션의 손익이고, 두 번째 항은 옵션 행사시 K만큼을 지

불하는 Cash-or-nothing 콜옵션의 손익이다. 따라서 후불 콜옵션은 유로피안 콜옵션을 매입하고 Cash-or-nothing 콜옵션을 매도한 포지션과 같다.

후불 옵션은 최초의 가치가 0이 되도록 만들어진다. 따라서 (II-36)식을 이용하여 그러한 옵션의 프레미엄 K를 계산할 수 있다. 내가격 상태가 될 경우, 1단위의 금액을 지불하는 Cash-or-nothing 콜옵션의 가격을 conc라 하면 프레미엄 K는 (II-36)을 이용하여 계산될 수 있다. 프레미엄 K는 후불 콜옵션의 최초 가치가 0이 되도록 정해져야 한다. 따라서, (0=c-K・conc)가 성립한다. 이로부터 후불 콜옵션의 프레미엄 K는 쉽게 결정된다.

(II-37) 후불 콜옵션의 프레미엄: K = c ÷ conc
단, c = 표준 유로피안 콜옵션의 프레미엄

이러한 프레미엄은 만기까지 고정되어 있으며 만기 시점에 내가격 상태가 되어야만 지불된다.

후불 풋옵션의 경우도 마찬가지 논리로 유추될 수 있다. 후불 풋옵션의 만기 시점 손익은 다음과 같다.

$$(\text{II-38})\quad \text{손익}=\begin{cases} X-S(T), & \text{if } S(T)<X \\ 0, & \text{if } S(T)\geq X \end{cases} - \begin{cases} K, & \text{if } S(T)<X \\ 0, & \text{if } S(T)\geq X \end{cases}$$

$$=\begin{cases} X-S(T), & \text{if } S(T)<X \\ 0, & \text{if } S(T)\geq X \end{cases} - K\begin{cases} 1, & \text{if } S(T)<X \\ 0, & \text{if } S(T)\geq X \end{cases}$$

(II-38)식의 첫째 항은 표준 유로피안 풋옵션의 손익이고, 두 번째 항은 옵션 행사시 K만큼을 지불하는 Cash-or-nothing 풋옵션을 매도한 포지션과 같다. 후불 풋옵션이 내가격 상태가 될 경우, 1단위의 금액을 지불하는 Cash-or-nothing 풋옵션의 가격을 conp라 하면 프레미엄 K는 위에서와 같은 논리로 유도될 수 있다. 프레미엄 K는 후불 풋옵션의 최초 가치가 0이 되도록 정해져야 한다. 즉, (Ⅱ-38)식의 손익을 발생시키는 포트폴리오의 비용은 0이 되어야 한다. 따라서, (0=p-K・conp)가 성립한다. 이로부터 후불 옵션의 프레미엄 K는 쉽게 결정된다.

(II-39) 후불 풋옵션의 프레미엄: K = p ÷ conp
단, p = 표준 유로피안 풋옵션의 프레미엄

8. 이색-무지개 옵션 (Two-color Rainbow Option)

지금까지는 주로 기초자산이 하나인 옵션을 중심으로 살펴보았다. 이번에는 기초자산이 여러 개 존재하는 옵션을 생각해보자. 기초자산이 여러 개 있는 경우 이를 '다자산 옵션(multiasset options : MAOS)'이라고 한다. 이 중에서도 보통 두 개의 기초자산을 가지는 옵션을 '이색-무지개 옵션(Two-Color Rainbow Option)'이라고 한다. 여기서는 이색-무지개 옵션만을 중점적으로 살펴보도록 하자. 두 개의 기초자산 S_1, S_2를 보유하고 있는 경우 우리는 두 개의 기초자산으로부터 발생하는 위험을 감수하게 된다. 이를 헤지하기 위하여 다음과 같은 손익을 가져다 주는 유로피안 콜옵션과 풋옵션을 생각해 볼 수 있다.

- 콜옵션의 경우 : $\max[0,\ F(S_1(T), S_2(T)) - X]$
- 풋옵션의 경우 : $\max[0,\ X - F(S_1(T), S_2(T))]$

여기서 F는 두 개의 기초자산으로 구성된 함수다. 함수 F의 형태는 헤지하려는 의도에 따라 다양하게 존재할 수 있다. 또한 행사가격 X를 조정하여 원하는 손익을 가지는 옵션을 구성할 수 있다.

- 최대치 함수 (Maximum) : $F(x_1, x_2) = \max[x_1, x_2]$
- 최소치 함수 (Minimum) : $F(x_1, x_2) = \min[x_1, x_2]$
- 바스켓 함수 (Basket) : $F(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- 차감 함수 (Subtraction) : $F(x_1, x_2) = x_2 - x_1$
- 콴토 또는 승적 함수 (Quanto) : $F(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$

위에 제시된 간단한 함수로부터 다양한 이색-무지개 옵션을 창출할 수 있다. 최대치 함수를 이용하면 최대치에 대한 옵션, 최소치 함수를 이용하면 최소치에 대한 옵션이 된다. 또한 바스켓 함수를 이용하면 포트폴리오 전체에 대한 바스켓 옵션을 구성할 수 있다. 차감 함수를 이용하고 행사가격 X를 0으로 하면 교환 옵션을 만들 수 있다.[23] 교환 옵션은 어떤 자산으로부터의 수익이 다른 자산으로부터의 수익을 능가하는 정도에 따라서 손익이 결정된다. 여기서는 이색-무지개 옵션의 전형적인 형태인 최대치 옵션, 최소치 옵션과 교환 옵션을 중심으로 살펴보도록 하자.

8-1. 분석의 기초

최소치 옵션과 최대치 옵션에 대한 프레미엄을 구하기 위하여 다음과 같은 만기 시점의 손익을 가지는 옵션을 생각해 보자.

---

23 이를 'Outperfomance Option'이라고도 한다.

(II-40) 손익 = $\max[S_1(T), S_2(T), X]$

이의 옵션 프레미엄을 계산하기 위해서는 위험중립의 입장에서 (II-40)의 손익에 기대치를 취하면 된다. 즉, 옵션의 프레미엄 $c_{MAX}(S_1, S_2, X)$는 다음과 같다.

(II-41) $c_{MAX}(S_1, S_2, X) = e^{-rt}E[\max(S_1(T), S_2(T), X)]$

두 개의 기초자산의 로그값이 이변량 정규분포를 한다고 가정할 때, 이의 결과는 식 (II-42)와 같다.

(II-42)
$$\begin{aligned} c_{MAX}(S_1, S_2, X) = {} & S_1(0)e^{-d_1T}\{N(b_1) - N_2(-a_1, b_1 : \rho_1)\} \\ & + S_2(0)e^{-d_2T}\{N(b_2) - N_2(-a_2, b_2 : \rho_2)\} \\ & + Xe^{-rT}N_2(-a_1 + \sigma_1\sqrt{T}, -a_2 + \sigma_2\sqrt{T} : \rho) \end{aligned}$$

단, d_1 = 첫 번째 기초자산의 배당율

d_2 = 두 번째 기초자산의 배당율

σ_1 = 첫 번째 기초자산의 변동성 (표준편차)

σ_2 = 두 번째 기초자산의 변동성 (표준편차)

$$a_1 = \frac{\log(S_1(0)/X) + (r - d_1 + \sigma_1^2/2)T}{\sigma_1\sqrt{T}}$$

$$a_2 = \frac{\log(S_2(0)/X) + (r - d_2 + \sigma_2^2/2)T}{\sigma_2\sqrt{T}}$$

$$b_1 = \frac{\log(S_1(0)/S_2(0)) + (d_2 - d_1 + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$b_2 = \frac{\log(S_2(0)/S_1(0)) + (d_{1-d_2} + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\rho_1 = (\rho\sigma_2 - \sigma_1)/\sigma$$

$$\rho_2 = (\rho\sigma_1 - \sigma_2)/\sigma$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2$$

8-2. 최대치 옵션

정의: 만기 시점의 손익이 두 기초자산 가격의 최대치에 따라 다음과 같이 정해지는 옵션을 말한다.

(II-43) 손익 = $\max[0, \Phi\max(S_1(T), S_2(T)) - \Phi X]$
단, Φ가 1이면 콜옵션, -1이면 풋옵션을 의미함.

용도: 하나의 기초자산보다는 두 개의 기초자산의 최대치에 의해 손익이 결정되기를 원할 경우에 사용된다.

먼저, 최대치 콜옵션을 생각해 보자. 최대치 콜옵션의 만기 시점 손익은 위에서 분석된 옵션의 손익에서 행사가격 X를 차감한 것과 같다.

(II-44) 손익 $= \max[0, \max(S_1(T), S_2(T)) - X] = \max[S_1(T), S_2(T), X] - X$

따라서, 최대치 콜옵션의 프레미엄은 위에서 분석된 옵션의 가격에서 행사가격 X의 현재가치를 차감한 값이 된다. 즉, (II-42)의 프레미엄을 $C_{MAX}(S_1, S_2, X)$라 하면 최대치 옵션의 프레미엄은 다음과 같다.

(II-45) 최대치 콜옵션의 프레미엄 = $C_{MAX}(S_1, S_2, X) - Xe^{-rT}$

한편, 최대치 풋옵션의 경우도 다음과 같이 분해될 수 있으므로 쉽게 프레미엄 계산을 할 수 있다.

(II-46) 손익 = $\max[0, X - \max(S_1(T), S_2(T))]$
= $\max[0, \max(S_1(T), S_2(T)) - X] - \max[S_1(T), S_2(T)] + X$

첫 번째 항은 최대치 콜옵션을 매입한 손익과 같고, 두 번째 항은 행사가격이 0인 최대치 콜옵션을 매도한 경우의 손익이 된다. 왜냐하면, 다음의 관계가 성립하기 때문이다.

(II-47) $\max[S_1(T), S_2(T)] = \max[0, \max(S_1(T), S_2(T)) - 0]$

(II-46)의 마지막 항은 만기 시점에 X가 되는 무위험자산을 매입한 것으로 볼 수 있다. 이로부터 최대치 풋옵션의 프레미엄도 쉽게 유도될 수 있다.

(II-48) 최대치 풋옵션 프레미엄
= $[c_{MAX}(S_1, S_2, X) - Xe^{-rT}] - [c_{MAX}(S_1, S_2, 0) - 0 \cdot e^{-rT}] + Xe^{-rT}$
= $c_{MAX}(S_1, S_2, X) - c_{MAX}(S_1, S_2, 0)$[24]

24 행사가격 X가 0인 경우 (II-42) 식에서 $-a_1$과 $-a_2$가 음의 무한대 값을 가지게 되어 이변량 정규분포의 누적함수값도 모두 0이 된다.

8-3. 최소치 옵션

정의: 만기 시점의 손익이 두 기초자산 가격의 최소치에 따라 다음과 같이 정해지는 옵션을 말한다.

(II-49) 손익 = $\max[0, \Phi\min(S_1(T), S_2(T)) - \Phi X]$

단, Φ가 1이면 콜옵션, -1이면 풋옵션을 의미함.

용도: 하나의 기초자산보다는 두 개의 기초자산의 최소치에 의해 손익이 결정되기를 원할 경우에 사용된다.

최소치 옵션도 앞에서 언급된 최대치 옵션을 이용하여 쉽게 분석될 수 있다. 먼저, 콜옵션을 생각해 보자. 최소치 콜옵션의 매입은 각각의 콜옵션 두 개를 모두 매입하고 최대치 콜옵션을 매도하는 것과 같다.[25] 이제 그 이유를 살펴보자. 최소치 콜옵션은 두 기초자산의 가격 중에서 최소 가격이 행사가격 X를 초과할 경우 그 만큼을 취할 수 있는 권리다. 따라서, 각각의 기초자산에 근거한 표준 유로피안 콜옵션 두 개를 모두 매입하였다면, 두 기초자산의 가격 중에서 최대 가격에 근거한 콜옵션을 매도하여 최소치 콜옵션의 손익을 복제할 수 있다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(II-50)
$$
\begin{aligned}
&\max[0, \min(S_1(T), S_2(T)) - X] \\
&= \max[0, S_1(T) - X] + \max[0, S_2(T) - X] \\
&\quad - \max[0, \max(S_1(T), S_2(T)) - X]
\end{aligned}
$$

따라서, 최소치 콜옵션의 프레미엄은 다음과 같다.

(II-51) 프레미엄 = $c(S_1, X, T) + c(S_2, X, T) - [c_{MAX}(S_1, S_2, X) - Xe^{-rT}]$

최소치 풋옵션의 경우도 아래와 같이 비슷하게 유추될 수 있다.

(II-52)
$$
\begin{aligned}
\text{손익} &= \max[0, X - \min(S_1(T), S_2(T))] \\
&= \max[0, \min(S_1(T), S_2(T)) - X] - \min(S_1(T), S_2(T)) + X
\end{aligned}
$$

첫 번째 항은 최소치 콜옵션을 매입한 손익과 같고, 두 번째 항은 행사가격이 0인 최소치 콜옵션을 매도한 경우의 손익이 된다. 왜냐하면, 다음의 관계가 성립하기 때문이다.

---

25 여기서 물론 행사가격은 모두 X로 동일하다.

(II-53) $\max[0, \min(S_1(T), S_2(T)) - 0]$

$= \max[0, \min(S_1(T), S_2(T)]$

$= \min[S_1(T), S_2(T)]$

(II-52)의 마지막 항은 만기 시점에 X가 되는 무위험자산을 매입한 것과 같다. 이로부터 최대치 풋옵션의 프레미엄도 다음과 같이 쉽게 유도될 수 있다.

(II-54) 프레미엄 $= c(S_1, X, T) + c(S_2, X, T)$

$- [c_{MAX}(S_1, S_2, X) - Xe^{-rT}]$

$- c(S_1, 0, T) - c(S_2, 0, T)$

$+ [c_{MAX}(S_1, S_2, 0) - 0] + Xe^{-rT}$

$= [c(S_1, X, T) - c(S_1, 0, T)] + [c(S_2, X, T) - c(S_2, 0, T)]$

$- [c_{MAX}(S_1, S_2, X) - c_{MAX}(S_1, S_2, 0)] + 2Xe^{-rT}$

8-4. 교환 옵션 (Exchange Option)

정의: <u>어떤 기초자산을 다른 기초자산과 교환할 수 있는 옵션을 말한다.</u>

용도: <u>통화의 경우 어떤 통화로 다른 통화를 매입하고자 하는 경우 사용될 수 있다.</u>

어떤 기초자산을 다른 기초자산과 교환하고자 하는 경우는 많이 발생한다. 우리나라의 투자자 입장에서 미국 달러화가 일본 엔화에 비하여 상당히 평가 절하될 것이라고 예상된다고 하자. 이 경우 미국 달러화로 일본 엔화를 구입할 수 있는 옵션이 필요한데, 이 때 교환 옵션이 이용될 수 있다. 이러한 교환 옵션의 만기 시점 손익과 프레미엄은 다음과 같이 계산된다.

(II-58) 손익 $= \max[0, S_2(T) - S_1(T)]$

(II-59) 프레미엄 $= S_2 e^{-d_2 T} N(a_1) - S_1 e^{-d_1 T} N(a_2)$

단, d_1 = 첫 번째 기초자산의 배당율

d_2 = 두 번째 기초자산의 배당율

σ_1 = 첫 번째 기초자산의 변동성 (표준편차)

σ_2 = 두 번째 기초자산의 변동성 (표준편차)

$$a_1 = \frac{\log(S_2/S_1) + (d_1 - d_2 + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2$$

ρ = 두 기초자산의 상관관계

위의 프레미엄에서 특이한 것은 무위험이자율이 포함되지 않았다는 것이다. 이는 위험 중립의 입장에서 무위험이자율이 증가할 때 두 기초자산의 가격도 동시에 증가하지만 할인율 증가에 의해서 상쇄되어 버리기 때문이다.

8-5. 기타 이색-무지개 옵션

위에서 소개한 옵션 이외에도 이색-무지개 옵션은 여러 가지가 있다. 그러나 다른 것들은 옵션 프레미엄의 공식이 유도되지 않는 것이 많다. 따라서, 수치해석 방법에 의하여 프레미엄이 결정된다. 아래 제시된 만기 시점의 손익은 이러한 옵션의 특성을 보여주고 있다.

(II-60) 스프레드 옵션의 손익 = $\max[0, \Phi(S_2(T) - S_1(T)) - \Phi X]$
(Spread option)

(II-61) 포트폴리오 옵션의 손익 = $\max[0, \Phi(n_1S_1(T) + n_2S_2(T)) - \Phi X]$
(Portfolio option)

(II-62) 이중행사 옵션의 손익 = $\max[0, \Phi_1(S_1(T) - X_1), \Phi_1(S_2(T) - X_2)]$
(Dual-strike option)

단, Φ가 1이면 콜옵션, -1이면 풋옵션을 의미함
n_1, n_2 = 두 기초자산 각각의 수량

지금까지 경로 독립적 옵션에 대하여 설명하였다. 그러나 여기서 제시된 내용은 많은 상품들 중의 일부에 불과하다. 이외에도 행사시기가 만기까지 여러번 또는 여러번의 일정기간이 가능한 버뮤다 옵션 (Bermuda option, quasi-American option or mid-atlantic option) 등 수많은 옵션이 존재하고 앞으로도 계속 생겨날 것이다.

Ⅲ. 경로 종속적 옵션 상품[26]

지금까지는 기초자산의 가격이 지나온 경로와는 무관하게 만기 시점의 기초자산 가격에 의해서 손익이 결정되는 유로피안 형태의 경로 독립적 옵션에 대하여 설명하였다. 이제부터는 기초자산 가격이 움직이는 경로에 따라서 손익이 결정되는 경로 종속적 옵션에 대해서 살펴보기로 하자. 물론, 블랙-숄즈의 공식이 적용될 수 있기 위하여 기초자산의 가격이 로그정규분포를 따르며, 위험 중립형 가격결정(risk-neutral valuation) 방법이 허용된다고 하자. 이러한 가정하에서 경로 종속적 옵션 상품은 수학적 공식 형태의 해(closed form solution)를 가지게 된다. 여기서는 수학적 해법의 유도는 생략하고 각 옵션 상품의 정의와 해 (solution) 자체만을 간단히 다루기로 하자.

1. 배리어 옵션 (Barrier Option)

정의 : <u>기초자산 가격이 미리 정해놓은 배리어 (barrier)에 이르면 옵션의 효력이 발생하거나 소멸하는 특성을 가진 옵션을 말한다.</u>

용도 : <u>기초자산 가격이 미리 정해놓은 배리어에 이르렀을 때부터 옵션의 효력이 발생하거나 소멸하기를 원하는 경우에 사용된다. 배리어 옵션은 표준 옵션에 비해 가격이 저렴하기 때문에 낮은 비용으로 헤지를 할 수 있는 수단이 된다.</u>

배리어 옵션에는 매우 많은 종류가 있다. 장내에서 거래되는 배리어 옵션의 한 종류로는 CBOT에서 거래가 되고 있는 CAP을 들 수 있다. 콜옵션 CAP은 주가지수가 행사가격보다 ＄30 이상이 되면 자동적으로 행사되어 ＄30의 이익이 실현된다. 풋옵션 CAP의 경우도 행사가격보다 ＄30 이하로 되면 자동적으로 행사되어 버린다.

이러한 장내 배리어 옵션에 비해 장외 배리어 옵션은 매우 다양한 형태로 거래가 되고 있다. 그러나 여기서는 배리어 옵션의 기본적인 형태인 knock-in 옵션과 knock-out 옵션을 중심으로 살펴보기로 한다. knock-in 옵션은 기초자산의 가격이 정해진 배리어(barrier)에 도달할 때부터 옵션의 효력이 발생한다. 그러나 정해진 배리어에 도달하지 못하고 만기가 되면 자동적으로 옵션은 소멸된다. 따라서 행사 시점에 내가격 (in-the-money) 상태가 되어도 배리어에 도달하지 못했었다면 그 옵션은 아무런 가치가 없다. 반드시 정해진 배리어에 한 번이라도 도달하여야만 표준 옵션과 동일한 취급을 받을 수 있다. 한편, knock-out 옵션은 기초자산의 가격이 정해진 배리어에 도달하면 옵션으로서의 효력이 소멸되어 버린다. 배리어에 도달하기 전까지는 표준 옵션과 동일하게 취급을 받을 수 있고 행사 시점에 내가격 상태가 되면 옵션이 행사되어 이익을 취할 수 있다. 그러나 배리어에 도달한 순간부터 옵션의 효력이 소멸되어 더 이상 아무런 가치가 없어진다. knock-in 옵션과 knock-out 옵션은

---

26 제Ⅱ장의 첫 번째 각주 내용이 그대로 적용된다. 별다른 언급이 없으면 Ⅱ장에서 사용하던 기호(notation)는 그대로 적용된다.

정반대의 의미를 가진다. knock-in 옵션이 살아있으면 knock-out 옵션이 효력이 없고, knock-out 옵션이 살아있으면 knock-in 옵션은 효력이 없다. 따라서, knock-in 옵션과 knock-out 옵션의 결합은 표준 유로피안 옵션과 동일하다.[27]

먼저, 표준 유로피안 콜옵션과 풋옵션의 프레미엄을 다시 한 번 살펴보자.

(Ⅲ-1) 표준 유로피안 콜옵션의 프레미엄:

$$c = S(0)e^{-dT}N(a_1) - Xe^{-rT}N(a_2)$$

(Ⅲ-2) 표준 유로피안 풋옵션의 프레미엄:

$$p = Xe^{-rT}N(-a_2) - S(0)e^{-dT}N(-a_1)$$

단, $a_1 = \dfrac{\log(S(0)/X) + (r-d+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$$a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T}$$

이제 knock-in 옵션의 하나인 down-and-in 콜옵션부터 분석해보자. down-and-in 콜옵션은 기초자산 가격이 하락하여 정해진 배리어인 H에 도달하면 옵션의 효력이 발생한다. 현재의 기초자산 가격이 배리어인 H보다 작다면 무의미하므로 항상 현재의 기초자산 가격은 H보다 커야만 한다. down-and-in 콜옵션은 두 가지 경우로 나눌 수 있다. 즉, 배리어 H가 행사가격 X보다 작거나 같을 때와, 클 때로 나누어서 분석되어야 한다. H가 행사가격 X보다 크다면 기초자산 가격이 하락하여 H에 도달하는 순간 down-and-in 콜옵션은 내가격 상태가 된다. 하지만 H가 행사가격보다 작거나 같다면 기초자산 가격이 하락하여 H에 도달하여도 콜옵션의 효력은 발생하지만 외가격 상태가 된다. 따라서, 두 경우에 있어서 콜옵션의 가격은 다르게 형성되어야만 한다. 이제부터는 그 두 가지 경우의 구체적인 예를 보도록 하자.

먼저 배리어 H가 행사가격 X보다 작거나 같은 경우를 보자. 이 경우 down-and-in 콜옵션의 프레미엄은 다음과 같다.[28]

(Ⅲ-3) down-and-in 콜옵션의 프레미엄 ($H \le X$):

$$c_{di} = S(0)e^{-dT}(H/S(0))^{2\lambda}N(a) - Xe^{-rT}$$
$$(H/S(0))^{2\lambda-2}N(b-\sigma\sqrt{T})$$

27 knock-in 콜옵션 (풋옵션)과 knock-out 콜옵션 (풋옵션)을 동시에 가지고 있으면 표준 유로피안 콜옵션 (풋옵션)을 보유하고 있는 것과 같다.

28 구체적인 유도 과정은 생략하였다. 이 장의 다른 공식의 유도 과정도 대부분 생략되었음을 밝혀 둔다.

$$\text{단,}\quad \lambda = \frac{r - d + \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

$$b = \frac{\log[H^2/(S(0)X)] + \lambda\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

그러면 knock-out 옵션에 속하는 down-and-out 옵션의 프레미엄은 어떻게 계산될까? 표준 유로피안 콜옵션의 프레미엄은 down-and-in 콜옵션과 down-and-out 콜옵션의 합이므로 다음의 관계가 성립한다.

(Ⅲ-4) down-and-out 콜옵션의 프레미엄 ($H \leq X$): $c_{do} = c - c_{di}$

배리어 H가 행사가격 X보다 큰 경우에는 조금 더 복잡하게 프레미엄이 계산된다.

(Ⅲ-5) down-and-out 콜옵션의 프레미엄 ($H > X$):

$$c_{do} = S(0)N(a_1)e^{-dT} - Xe^{-rT}N(a_1 - \sigma\sqrt{T})$$
$$- S(0)e^{-dT}(H/S(0))^{2\lambda}N(b_1) + Xe^{-rT}\ (H/S(0))^{2\lambda-2}N(b_1 - \sigma\sqrt{T})$$

$$\text{단,}\quad a_1 = \frac{\log(S(0)/H) + \lambda\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$b_1 = \frac{\log(H/S(0)) + \lambda\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

(Ⅲ-6) down-and-out 콜옵션의 프레미엄 ($H > X$): $c_{di} = c - c_{do}$

기초자산 가격이 상승하여 정해진 배리어에 도달할 때 효력이 발생하거나 상실되는 up-and-in 콜옵션과 up-and-out 콜옵션도 비슷하게 생각될 수 있다. up-and-in 콜옵션은 기초자산 가격이 상승하여 정해진 배리어 H에 도달하면 옵션의 효력이 발생하고 그 전까지는 옵션으로서의 역할을 하지 못한다. up-and-out 콜옵션은 기초자산 가격이 상승하여 정해진 배리어 H에 도달하면 옵션의 효력이 상실된다. 따라서, up-and-in 콜옵션 (풋옵션)과 up-and-out 콜옵션 (풋옵션)의 결합도 표준 유로피안 콜옵션과 손익이 정확히 같아진다. up-and-in 콜옵션과 up-and-out 콜옵션 모두 배리어 H가 현재 기초자산의 가격보다 크다는 조건하에서 앞에서와 같이 배리어 H가 행사가격 X보다 작거나 같은 경우를 먼저 생각해 보자.[29] up-and-out 콜옵션은 이 경우 프레미엄이 없다. 그 이유는 다음과 같다. 기초자산 가격이 상승하여 배리어 H에 도달하면 up-and-out 콜옵션은 외가격 (out-of-the-money) 상태에서 효력이 상실되므로 아무런 가치가 없다. H에 도달하지 못하면 어차피 행사가격 이하이므로 up-and-out 콜옵션은 아무런 가치가 없다. 즉, 이 경우 H에 도달하던지 안하던지 관계없이 up-and-out 콜옵션의 가치는 0이 되므로 up-and-out 콜옵션의 프레미엄은 없다. 배리어

29 만약 현재 기초자산의 가격이 배리어보다 크다면 이미 배리어에 도달한 상태이므로 배리어 옵션의 의미가 전혀 없다.

H가 행사가격 X보다 작거나 같은 경우 up-and-in 콜옵션의 경우는 프레미엄이 표준 유로피안 콜옵션과 같다. 왜냐하면 up-and-out 콜옵션과 up-and-in 콜옵션의 결합이 표준 유로피안 콜옵션과 같은데 up-and-out 콜옵션의 프레미엄이 0이 되므로 up-and-in 콜옵션의 프레미엄은 당연히 표준 유로피안 콜옵션과 같아야 한다.

(Ⅲ-7) up-and-out 콜옵션의 프레미엄 (H≤X): $c_{uo} = 0$

(Ⅲ-8) up-and-in 콜옵션의 프레미엄 (H≤X): $c_{ui} = c$

배리어 H가 행사가격 X보다 큰 경우는 아래와 같은 프레미엄이 계산된다.

(Ⅲ-9) up-and-in 콜옵션의 프레미엄 (H>X):

$$
\begin{aligned}
c_{ui} &= S(0)N(a_1)e^{-dT} - Xe^{-rT}N(a_1 - \sigma\sqrt{T}) \\
&\quad - S(0)e^{-dT}(H/S(0))^{2\lambda}[N(-b) - N(-b_1)] \\
&\quad + Xe^{-rT}(H/S(0))^{2\lambda-2}[N(-b+\sigma\sqrt{T}) - N(-b_1+\sigma\sqrt{T})]
\end{aligned}
$$

단, a_1, b, b_1: (Ⅲ－3), (Ⅲ－5)에서의정의와같음

(Ⅲ-10) up-and-out 콜옵션의 프레미엄 (H>X): $c_{uo} = c - c_{ui}$

풋옵션의 경우도 비슷한 유추가 가능하다. up-and-out 풋옵션은 현재 기초자산의 가격이 상승하여 배리어 H에 도달하면 풋옵션의 효력을 상실한다. 물론, 현재 기초자산의 가격은 배리어 H보다 작아야 한다. 반대로 up-and-in 풋옵션은 배리어 H에 도달하면 풋옵션의 효력이 발생한다. 배리어 H가 행사가격 X보다 작거나 같은 경우 각각의 프레미엄은 다음과 같다.

(Ⅲ-11) up-and-out 풋옵션의 프레미엄 (H≤X):

$$
\begin{aligned}
p_{uo} &= -S(0)N(-a_1)e^{-dT} + Xe^{-rT}N(-a_1 + \sigma\sqrt{T}) \\
&\quad + S(0)e^{-dT}(H/S(0))^{2\lambda}N(-b_1) \\
&\quad - Xe^{-rT}(H/S(0))^{2\lambda-2}N(-b_1+\sigma\sqrt{T})
\end{aligned}
$$

단, a_1, b_1: (Ⅲ-5)에서의 정의와 같음

(Ⅲ-12) up-and-in 풋옵션의 프레미엄 (H≤X): $p_{ui} = p - p_{uo}$

배리어 H가 행사가격 X보다 큰 경우도 다음의 프레미엄이 계산된다.

(Ⅲ-13) up-and-in 풋옵션의 프레미엄 (H>X) :

$$p_{ui} = -S(0)e^{-dT}(H/S(0)^{2\lambda}N(-b) + Xe^{-rT}\ \ (H/S(0)^{2\lambda-2}N(-b+\sigma\sqrt{T})$$

단, b: (Ⅲ-3)에서의 정의와 같음

(Ⅲ-14) up-and-out 풋옵션의 프레미엄 (H>X): $p_{uo} = p - p_{ui}$

이제 down-and-out 풋옵션을 생각해 보자. 물론, 이 경우에도 배리어 H는 현재 기초자산 가격보다 작아야 의미가 있다. down-and-out 풋옵션은 기초자산의 가격이 하락하여 배리어에 도달하면 효력이 소멸된다. 반대로 down-and-in 풋옵션은 그 경우 효력이 발생한다. 콜옵션에서와 마찬가지 논리로 배리어 H가 행사가격보다 크면 down-and-out 풋옵션은 가치가 없으므로 프레미엄은 0이 되고, down-and-in 풋옵션은 표준 유로피안 풋옵션과 같은 프레미엄을 가진다.

(Ⅲ-15) down-and-out 풋옵션의 프레미엄 (H>X): $p_{do} = 0$

(Ⅲ-16) down-and-in 풋옵션의 프레미엄 (H>X): $p_{di} = p$

한편, 배리어 H가 행사가격보다 작거나 같은 경우 down-and-in 풋옵션과 down-and-out 풋옵션의 프레미엄은 다음과 같이 결정된다.

(Ⅲ-17) down-and-in 풋옵션의 프레미엄 (H≤X):

$$\begin{aligned} p_{di} = & -S(0)N(-a_1)e^{-dT} + Xe^{-rT}N(-a_1+\sigma\sqrt{T}) \\ & + S(0)e^{-dT}(H/S(0))^{2\lambda}[N(b)-N(b_1)] \\ & - Xe^{-rT}(H/S(0))^{2\lambda-2}[N(b-\sigma\sqrt{T})-N(b_1-\sigma\sqrt{T})] \end{aligned}$$

단, a_1, b, b_1: (Ⅲ-3), (Ⅲ-5)에서의 정의와 같음

(Ⅲ-18) down-and-out 풋옵션의 프레미엄 (H≤X): $p_{do} = p - p_{di}$

여태까지의 배리어 옵션에 대한 분석은 모두 기초자산 가격이 로그정규분포를 한다는 가정하에 유도된 것이다. 따라서 배리어 옵션의 가격은 이 가정에 매우 민감할 수 밖에 없다. 한 가지 더 중요한 사항은 여기서의 분석이 기초자산의 연속적 가격 변화에 기초를 두고 있다는 것이다. 즉, 기초자산의 가격이 연속적으로 언제나 관찰 가능하여 배리어 도달 여부도 그 즉시 알 수 있고, 이에 의해 옵션의 효력이 발생하거나 소멸된다는 것이다. 그러나 실제에서는 하루에 한 번만 기초자산 가격을 관찰하여 그에 의해 효력 발생 또는 소멸의 여부를 결정하는 경우도 많다. 예를 들어, CBOT의 S&P CAP의 경우는 그 날의 종가에 의해 배리어 도달 여부를 결정한다.

2. 룩백 옵션 (Lookback Option)

정의: 옵션 기간 동안 기초자산 가격의 최대치 혹은 최소치에 의해 손익이 결정되는 옵션을 말한다.[30]

용도: 룩백 옵션은 일정 기간 동안 기초자산 가격 중 가장 낮았던 가격으로 기초자산을 매입하고자 하거나 기초자산 가격중 가장 높았던 가격으로 매도하고자 하는 경우 이용된다.

룩백 옵션의 기초자산은 실물 자산이 되는 경우도 종종 있다. 기초자산이 주식이라고 가정한다면 유로피안 룩백 콜옵션의 손익은 만기 시점의 주식 가격에서 옵션 기간 동안 주가 최소치를 차감한 값이 된다.[31] 한편, 유로피안 룩백 풋옵션의 손익은 옵션 기간 동안 주가 최대치에서 만기 시점의 주식 가격을 차감한 값으로 결정된다.

유로피안 룩백 콜옵션과 풋옵션의 만기 시점 손익을 수식으로 표현하면 각각 다음과 같다.

(Ⅲ-19) 룩백 콜옵션의 만기 시점 손익

$$= \max[0, S_T - \min(S_0, S_1, S_2, \cdot\cdot\cdot, S_T)]$$

(Ⅲ-20) 룩백 풋옵션의 만기 시점 손익

$$= \max[0, \max(S_0, S_1, S_2, \cdot\cdot\cdot, S_T) - S_T]$$

룩백 옵션의 가격은 배리어 옵션의 경우처럼 최대치 혹은 최소치 결정을 위한 기초자산 가격의 관찰 빈도에 민감한 경향이 있다. Goldman, Sosin and Gatto (1979)는 유로피안 룩백 옵션에 대한 프레미엄을 유도하였다.[32] 그들은 기초자산의 가격이 연속적으로 관찰 가능하다고 가정하여 다음과 같은 유로피안 룩백 콜옵션과 풋옵션의 프레미엄을 유도하였다.

(Ⅲ-21) 유로피안 룩백 콜옵션의 프레미엄

$$= S(0)e^{-dT}N(a_1) - S(0)e^{-dT}\frac{\sigma^2}{2(r-d)}N(-a_1)$$

$$-S_{min} \cdot e^{-rT}[N(a_2) - \frac{\sigma^2}{2(r-d)}e^{\eta_1}N(-a_3)]$$

단, $a_1 = \dfrac{\log(S(0)/S_{min}) + (r - d + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T}$

30 옵션 기간이란 옵션의 발행 시점부터 행사 시점까지를 지칭하기로 하자.
31 물론, 이 값은 0보다 크거나 같을 것이다.
32 B. Goldman, H. Sosin, and M. A. Gatto, "Path-Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High," Jounal of Finance 34 (December 1979), 1111-27.

$$a_3 = \frac{\log(S(0)/S_{min}) + (-r + d + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\eta_1 = -\frac{2(r - d - \sigma^2/2)\log(S(0)/S_{min})}{\sigma^2}$$

S_{min}: 당일까지 기초자산 가격의 최소치로 만약 룩백이 바로 지금 발행되었다면 S_{min}=S(0)가 됨

(Ⅲ-22) 유로피안 룩백 풋옵션의 프레미엄

$$= S_{max}e^{-rT}[N(b_1) - \frac{\sigma^2}{2(r-d)}e^{\eta_2}N(-b_3)]$$

$$+ Se^{-dT}\frac{\sigma^2}{2(r-d)}N(-b_2) - Se^{-dT}N(b_2)$$

단, $$b_1 = \frac{\log(S_{max}/S(0)) + (-r + d + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$b_3 = \frac{\log(S_{max}/S(0)) + (r - d - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\eta_2 = \frac{2(r - d - \sigma^2/2)\log(S_{max}/S(0))}{\sigma^2}$$

S_{max}: 당일까지 주식 가격의 최대치로 만약 룩백이 바로 지금 발행되었다면 S_{max}=S(0)가 됨

(룩백 옵션의 프레미엄 계산 예) 배당이 없는 주식에 대해 새로 발행된 룩백 풋옵션을 생각해 보자. 현재 주가는 9,000원이고, 주가변동성은 30%이다. 무위험 이자율은 12%이고, 만기는 3개월 남았다고 가정하자. 이 룩백 풋옵션의 프레미엄을 계산해 보자. 새로 발행되었으므로 S_{max}=9,000원, S(0)=9,000원, r=0.12, d=0, σ=0.3, T=0.25이 된다. 이로부터 b_1, b_2, b_3, η_2의 값은 다음과 같이 계산된다. b_1=-0.125, b_2=-0.275, b_3=0.125, η_2=0이 되므로 이를 (Ⅲ-20)에 대입하면 이 유로피안 룩백 풋옵션의 프레미엄은 986원이 된다.

위에서 제시된 룩백 옵션은 행사가격이 기초자산의 경로에 의존하는 룩백 옵션을 말한다. 그러나 이의 변형으로 행사가격은 고정되어 있고 만기 시점의 기초자산 가격이 기초자산의 경로에 의존하도록 할 수도 있다. 이를 수정된 룩백 옵션이라고 한다. 수정된 룩백 콜옵션과 풋옵션의 만기 시점 손익은 다음과 같다.

(Ⅲ-23) 수정된 룩백 콜옵션의 만기 시점 손익

$$= \max[0, \max(S_0, S_1, S_2, \cdots, S_T) - X]$$

(Ⅲ-24) 수정된 룩백 풋옵션의 만기 시점 손익

$$= \max[0, X - \max(S_0, S_1, S_2, \cdot\cdot\cdot, S_T)]$$

룩백 옵션의 변형으로 사다리 옵션 (ladder option)이 있다. 사다리 옵션은 표준 룩백 옵션에서 행사가격이 수준별로 결정된다는 것이 특징이다. 예를 들어, 사다리 콜옵션에서 평가 수준들이 5원 단위로 결정된다고 하자. 이 경우 기초자산 최저가격이 178원이었으면 180원이, 기초자산 최저가격이 182원이었으면 185원이 행사가격으로 인정된다. 이 외에도 룩백 옵션의 수많은 변형이 가능하다.

3. 아시안 옵션 (Asian Option)

정의: 옵션 기간 중 적어도 일정 기간을 포함하는 동안의 기초자산 평균 가격에 의해 손익이 결정되는 옵션을 말한다.

용도: 헤지의 목적이 어느 순간의 기초자산 가격에 의해서 결정되기 보다는 일정 기간 동안의 평균 가격에 의존하기를 원할 때 자주 이용된다.

1980년대 중반부터 아시안 옵션은 가장 일반적인 장외 옵션상품 중의 하나가 되었다. 그러나 이미 1970년대 말에 아시안 옵션이 소위 상품 연계채권의 일종으로 개발되었다. 최초의 상품 연계채권 중의 하나는 1977년 발행되었던 25일 평균가격으로 상환되는 Mexican Petrobond였다. 1985년 5월에 독일회사 Oranje Nassau는 자국 통화 표시의 8년 만기 채권을 발행하였다. 이 채권의 상환가격은 상환 마지막 연도 동안의 Brent Blend 석유 10.5 배럴의 평균가격과 채권 액면가격 중 큰 금액이었다. 평균가격은 월별 가격에 기초하고, 채권이 발행될 때 해당 油價는 채권의 액면가격과 동일하다. 즉, 등가격 옵션이었음을 의미한다. 계약에 이러한 조건을 추가함으로써 Oranje Nassau는 시장 이자율보다 1% 낮은 표면 이자율로 이표 (coupon)를 발행할 수 있었다. 회사들이 이러한 아시안 옵션을 이용하는 데는 두 가지 이유가 있다. 첫째, 기업의 이익이 유가와 상관관계가 컸기 때문이다. 그러므로 유가가 높아졌다면 기업도 이익이 있기 때문에 좀더 높은 상환 가격으로 상환하더라도 문제될 것이 없을 것이다. 반대로 유가가 떨어졌다면 이러한 옵션이 행사되지 않을 것이다. 둘째, 기업이 채권 만기 시점 부근에서 유가의 시세 조작을 두려워한다는 것이다.

상품 연계채권의 다른 예로는 10 거래일 동안의 금 가격 평균치에 기초하는Delaware gold-index bond, 3개월 평균치에 기초하는 Petrolewis oil-indexed note 및 월별 평균치에 기초하는 BT Gold Notes Limited notes 등이 있다. 좀 더 뒤에 독립형 상품이 거래되기 시작되었다. 1988년 1월 스위스 수출 기업인 AB Svensk Exportkredit가 미국 달러화에 대한 일본 엔화와 독일 마르크화의 평균환율 옵션을 발행했다. 여기서 평균치는 1년 동안의 모든 거래일 시가를 평균한 값이다. 이 때 발행된 아시안 옵션은 룩셈부르크 거래소에서 거래되었다. 그러나 실제적으로 장외시장에서는 이보다 이전에 독립형 상품이 거

래되었다. 옵션은 최종 이용자의 요구에 맞게 합성되어야 하기 때문에 오늘날에도 대부분 장외시장에서 거래된다.

아시안 옵션이란 이름은 외환 위험 노출을 헤지하고자 하는 일본 기업에 이 옵션을 판매한 Bankers Trust의 직원에 의해 만들어졌다고 한다. 이러한 일본의 기업들은 자신들의 월별 보고서가 1년 동안의 평균환율로 작성되기 때문에 이러한 옵션을 이용하였다. 일반적으로 아시안 옵션은 표준 옵션보다 가격이 저렴하면서 표준 옵션보다 기업 재무 담당자들의 요구에 잘 맞는 상품으로 알려져 있다. 왜냐하면 보통 기업의 현금흐름이 어느 한 순간에 발생하기 보다는 연중 꾸준히 발생하기 때문이다. 예를 들어, 외국 통화로 장래 1년간 꾸준히 현금흐름이 발생한다면 이 기업의 재무 담당자는 통화 위험을 헤지하기 위하여 일반적인 유로피안 옵션을 사용하기 보다는 아시안 옵션의 이용이 더 선호될 것이다.

주로 유통되는 아시안 옵션의 유형은 平均價 옵션 (average price option)과 平均 行使價 (average strike) 옵션으로 구분된다. 平均價 옵션 (average price option)은 일정 기간 동안의 기초자산 평균 가격과 행사가격 X와의 차이에 의해 보상받는 옵션이다. 콜옵션의 경우는 만기 시점에 기초자산의 평균가가 행사가격보다 크면 이익이 발생하고, 풋옵션의 경우는 반대로 기초자산의 평균가가 행사가격보다 작으면 이익이 발생한다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(Ⅲ-25) 평균가 콜옵션의 만기 시점 손익 = $\max(0, S_{avg} - X)$

(Ⅲ-26) 평균가 풋옵션의 만기 시점 손익 = $\max(0, X - S_{avg})$

단, S_{avg}: 계약상에 지정된 일정 기간 동안의 기초자산 평균가격

한편, 平均 行使價 (average strike) 옵션은 기초자산의 평균가격이 행사가격이 되는 옵션이다. 콜옵션의 경우는 만기 시점의 기초자산 가격이 행사가격인 평균가보다 크면 이익이 발생하고, 풋옵션의 경우는 반대로 기초자산 가격이 행사가격인 평균가보다 작으면 이익이 발생한다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(Ⅲ-27) 평균 행사가 콜옵션의 만시 시점 손익 = $\max(0, S(T) - S_{avg})$

(Ⅲ-28) 평균 행사가 풋옵션의 만기 시점 손익 = $\max(0, S_{avg} - S(T))$

여기서는 기초자산이 주식인 경우를 예를 들어 설명해 보자. 유로피안 평균가 옵션의 프레미엄이 수식으로 결정되기 위해서는 주가가 로그정규분포하고 S_{avg}가 기하평균이라고 가정하여야 한다.[33] 이는 로그정규분포 주가의 기하평균은 로그정규분포를 하지만 산술평균은 그렇지

33 A. Kemna and A. Vorst, 1990 "A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values," Journal of Banking and Finance, 14. 113-29.

못하기 때문이다. 위험 중립을 가정할 때, 일정 기간에 대한 주가 기하평균의 확률분포는 기초자산의 기대수익률이 $\frac{1}{2}(r-d-\sigma^2/6)$이고 변동성이 $\sigma/\sqrt{3}$ 주가의 확률분포와 동일하다. 그러므로 이러한 옵션은 변동성이 $\sigma/\sqrt{3}$이고 배당률이 다음과 같은 표준 유로피안 옵션과 동일하게 취급될 수 있다.

(Ⅲ-29) $r-\frac{1}{2}(r-d-\frac{\sigma^2}{6})=\frac{1}{2}(r+d+\frac{\sigma^2}{6})$[34]

위에서도 언급하였듯이 아시안 옵션이 산술평균으로 정의된다면 프레미엄이 수식으로 표현될 수 없다. 왜냐하면 로그정규분포 확률변수 산술평균의 분포는 쉽게 다룰 수가 없기 때문이다. 그러나 산술평균에 대한 평균가 옵션의 가격결정을 위한 시도가 있기도 했다. 이 방법은 먼저 산술평균의 1차 및 2차 적률 (moment)을 계산하고, 산술평균이 이와 같은 적률을 가지는 로그정규분포를 한다고 가정하여 아시안 평균가 옵션의 근사값을 구하는 것이다.[35]

M_1과 M_2를 각각 다음과 같이 정의하자.

(Ⅲ-30) $$M_1=\frac{e^{(r-d)T}-1}{(r-d)T}$$

(Ⅲ-31) $$M_2=\frac{2e^{[2(r-d)+\sigma^2]T}}{(r-d+\sigma^2)(2r-2d+\sigma^2)T^2}+\frac{2}{(r-d)T^2}\left[\frac{1}{2(r-d)+\sigma^2}-\frac{e^{(r-d)T}}{r-d+\sigma^2}\right]$$

T 기간에 대한 0 시점에서의 산술평균 1차 및 2차 적률은 각각 $S(0)M_1$과 $S(0)^2M_2$가 된다. 한편, 기대수익률이 $(r-d_A)$이고 변동성이 σ_A인 로그정규분포의 T 기간에 대한 기대치와 분산은 다음과 같다.

(Ⅲ-32) $$E(S_T)=S(0)e^{(r-d_A)T}$$

(Ⅲ-33) $$Var(S_T)=S(0)^2e^{2(r-d_A)T}[e^{\sigma^2T}-1]$$

---

34 위험 중립을 가정할 때 모든 자산의 기대수익률은 무위험수익률 r이 되어야 한다. 배당이 있을 경우는 무위험수익률에서 배당률을 차감한 값이 옵션의 가격결정 의미에서 기대수익률이 될 것이다. 따라서, 기대수익률이 $(r-d-\sigma^2/6)/2$인 경우의 배당률은 무위험수익률 r에서 기대수익률을 차감한 값이 될 것이다.

35 S. M. Turnbull and L. M. Wakeman, 1991. "A Quick Algorithm for Pricing European Average Options", Journal of Financial and Quantitive Analysis, 26. 377-89.

여기서 우리의 의도는 산술평균 아시안 옵션의 프레미엄을 구하기 위해 기대수익률이 $(r-d_A)$이고 변동성이 σ_A인 표준 옵션의 프레미엄으로 근사치를 얻으려는 것이다. (Ⅲ-28)과 (Ⅲ-29)식에 산술평균의 1차 및 2차 적률을 대입하면 다음을 얻는다.

(Ⅲ-34) $e^{(r-d_A)T}=M_1$

(Ⅲ-35) $e^{[2(r-d_A)+\sigma_A^2]T}=M_2$

위 방정식을 풀면 d_A와 σ_A^2은 아래와 같다.

(Ⅲ-36) $d_A=r-\dfrac{\ln M_1}{T}$

(Ⅲ-37) $\sigma_A^2=\dfrac{\ln M_2}{T}-2(r-d_A)$

따라서, (Ⅲ-31)과 (Ⅲ-32)를 각각 배당과 분산으로 하는 표준 옵션의 프레미엄을 계산하면 그것이 산술평균 아시안 평균가 옵션 프레미엄의 근사치가 된다.

위의 분석은 옵션의 잔존 기간이 적어도 평균 계산 기간 만큼 된다는 것을 가정한다. 이것을 일반화하기 위하여 평균을 결정하기 위해 사용된 가격이 이미 관찰되어진 경우도 분석되어야 한다. 평균 계산 기간이 t_1, t_2로 t_1은 이미 가격이 관찰되어 있는 과거 기간이며 t_2는 미래시점으로 구성되어 있다고 생각하자. 이미 관찰된 기간의 평균가격을 $\overline{S}$라고 한다면 평균가 콜옵션의 만기 시점 손익은 다음과 같다.

(Ⅲ-38) $\max\left(\dfrac{\overline{S}t_1+S_{avg}t_2}{t_1+t_2}-X,0\right)$

단, S_{avg}: 잔존 기간 동안의 평균가격

이 옵션의 손익은 아래와 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

(Ⅲ-39) $\dfrac{t_2}{t_1+t_2}\max(S_{avg}-X^*,0)$

단, $X^*=\dfrac{t_1+t_2}{t_2}X-\dfrac{t_1}{t_2}\overline{S}$

따라서, 이 경우는 행사가격을 X 대신 X^*로 하는 아시안 옵션 가격에 $t_2/(t_1+t_2)$를 곱하여 프레미엄을 계산할 수 있다.

Ⅳ. 스왑 거래

본 장에서는 장외파생상품의 매우 중요한 영역을 차지하고 있는 스왑 거래에 대하여 살펴보고자 한다. ‘스왑’이란 금융상품의 현금흐름을 교환한다는 개념으로 앞에서 제시된 장외 옵션에 비하여 상대적으로 간단하다. 그러나 거래의 비중 측면에서는 어느 장외파생상품에도 뒤지지 않으며 매우 거래가 활발한 상품이라고 할 수 있다. 또한 옵션의 개념이 혼합된 스왑션 거래가 출현하면서 그 범위 또한 다양하게 확산되고 있다. 여기서는 기본적인 스왑 거래의 메카니즘을 설명하고, 각 스왑 상품들에 대해 살펴보고자 한다. 마지막으로 스왑과 옵션이 결합된 형태인 스왑션을 분석할 것이다.

1. 스왑의 개념

1-1. 단순형 스왑 (Plain Vanilla Swap)

스왑 거래 중에서도 가장 일반적인 것은 단순형(plain vanilla) 이자율 스왑이다. 단순형 이자율 스왑이란 정해진 향후 몇 년간 명목 원금(notional principal)에 대한 고정 이자액과 변동 이자액을 교환하는 거래를 말한다. 여기서 이자 지급을 위한 통화는 동일하고, 기간은 대개 2년에서 15년까지 다양하게 존재한다. 단순형 이자율 스왑의 예를 들어보자. 1997년 3월 1일에 시작되는 3년짜리 단순형 이자율 스왑이 있다. B 기업은 명목 원금 100억원에 대해 4.5% 이자를 A 기업에게 지불하고, A 기업은 같은 명목 원금에 대해서 6개월 LIBOR (London Inter Bank Offer Rate)로 이자를 B 기업에게 지불하는 스왑 거래가 성립되었다. 이자는 매 6개월마다 지급되며 6개월 복리로 계산된다고 가정한다. 이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

<그림 Ⅳ-1> A 기업과 B 기업의 단순형 이자율 스왑

스왑 거래에 의한 첫 대금의 수수는 거래 개시 후 6개월 후인 1997년 9월 1일에 발생한다. B 기업은 A 기업에게 1년 이자의 반인 2억 2,500만원을 지급하여야 한다.[36] A 기업은 1997년 9월 1일의 6개월 전인 1997년 3월 1일의 6개월짜리 LIBOR 이자율로 100억원에 대한 이자를 지급하여야 한다. 1997년 3월 1일 현재 6개월짜리 LIBOR 이자율이 4.3%라고 가정할 경우 A 기업은 B 기업에게 2억 1,500만원 (=0.043×0.5×100억원)을 지급하여야 한다. 스왑 거래의 개시일인 1997년 3월 1일 현재에 6개월짜리 LIBOR 이자율은 이

36 연 4.5%이므로 6개월에 2.25%에 해당한다.

미 알려져 있으므로 첫 번째 대금 수수의 결과는 이미 정해져 있다고 볼 수 있다.

두 번째 대금의 수수는 1998년 3월 1일에 이루어지는데, B 기업은 A 기업에게 역시 2억 2,500만원을 지급한다. A 기업은 1997년 9월 1일의 LIBOR 이자율로 이자를 지급한다. 그 때의 6개월 짜리 LIBOR 이자율이 4.6%라면 2억 3,000만원 (=0.004×0.5×100억원)을 지급하여야 한다.

이 스왑 거래에는 총 6번의 대금 수수가 있고, B 기업이 A 기업에 지급하는 이자 금액은 항상 2억 2,500만원이 된다. A 기업이 B 기업에 제공하는 이자 금액은 항상 지불 6개월 전의 LIBOR 이자율에 의해서 결정된다. 대개 양 기업의 대금 수수는 차액을 결제함으로써 이루어진다. 위 예제의 경우 1997년 9월 1일에 이자 지급액의 차액인 1,000만원을 B 기업이 A 기업에 제공함으로써 결제가 완료된다. <표 Ⅳ-1>은 6개월 짜리 LIBOR 이자율의 가정에 따르는 B 기업 입장에서의 순현금흐름 (net cash flow)을 보여주고 있다. 명목 원금은 교환이 되지 않는다. 즉, 명목 원금은 글자 그대로 명목적인 의미만을 가진다.

<표 Ⅳ-1> B 기업의 현금흐름 (단위: 억)

날 짜	LIBOR 이자율(%)	변동 이자율 현금흐름	고정 이자율 현금흐름	B 기업의 순현금흐름
1997. 3. 1	4.30			
1997. 9. 1	4.60	+2.15	−2.25	−0.10
1998. 3. 1	4.70	+2.30	−2.25	+0.05
1998. 9. 1	5.00	+2.35	−2.25	+0.10
1999. 3. 1	4.08	+2.50	−2.25	+0.25
1999. 9. 1	4.40	+2.40	−2.25	+0.15
2000. 3. 1	5.00	+2.20	−2.25	−0.05
합 계	NA	13.90	−13.50	0.40

NA : 적용 불가능 (not applicable)

1-2. 채무의 속성 변화를 위한 스왑

스왑 거래는 고정 이자율 채무를 변동 이자율 채무로 바꾸거나 변동 이자율 채무를 고정 이자율 채무로 변화시키는 역할을 할 수 있다. 먼저, B 기업이 변동 이자율 채무를 고정 이자율 채무로 바꾸는 과정을 살펴보자. B 기업이 외부로부터 LIBOR이자율에 50 베이시스포인트를 더 주고 100억원을 기채하였다고 하자.[37] 이 경우 B 기업이 앞의 예와 동일한 스왑 거래를 체결하

37 ‘베이시스포인트(basis point: bp)’는 0.01%를 의미한다.

면 변동 이자율 채무를 고정 이자율 채무로 전환할 수 있다. 이제 현금흐름을 생각해 보자. B 기업은 다음과 같은 현금흐름이 주어진다.

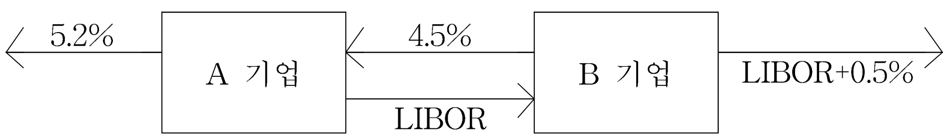
① 외부 기관에 LIBOR+0.5%의 이자 지급
② A 기업으로부터 LIBOR 이자율 수취
③ A 기업에 4.5%의 이자 지급

위와 같은 현금으로부터 B 기업은 5%의 이자 지급으로 고정되어 버린다. 이로부터 B 기업은 LIBOR에 50 베이시스포인트를 더 제공하는 변동 이자율 채무를 5%의 고정 이자율채무로 변환시키는 효과를 얻게된다.

이제 A 기업이 고정 이자율 채무를 변동 이자율 채무로 변환시키는 과정을 살펴보자. A 기업이 외부로부터 5.2%의 고정 이자를 지급하는 3년짜리 100억원의 채무 계약을 체결하였다고 하자. A 기업은 앞의 스왑 거래의 예를 이용하여 고정 이자율 채무를 변동 이자율 채무로 전환시킨다.

① 외부 기관에 5.2%의 이자 지급
② B 기업에게 LIBOR 이자율 지급
③ B 기업으로부터 4.5%의 이자 수취

A 기업은 위의 과정을 통해 결국 LIBOR+0.7%의 이자를 지급하게 된다. 이는 5.2%의 고정 이자율 채무가 LIBOR+0.7%의 변동 이자율 채무로 변환된 것을 의미한다. 이러한 A 기업과 B 기업의 채무 속성 전환 과정을 <그림 Ⅳ-2>와 같이 나타낼 수 있다.



<그림 Ⅳ-2> 채무 속성 전환을 위한 A 기업과 B 기업의 스왑 거래

1-3. 자산의 속성 변화를 위한 스왑

위와 같이 채무의 속성 이외에도 자산의 속성 변화를 위해서도 스왑 거래는 이용될 수 있다. 예를 들어 B 기업이 4.2%의 고정 이자를 지급하는 3년짜리 채권을 가지고 있다고 하자. 이 채권의 원금도 100억원이다. B 기업은 스왑 거래를 이용해 이 고정 이자율 채권을 변동 이자율 채권으로 전환할 수 있다. B 기업이 앞의 예에서와 같은 스왑 거래를 행

한다면 B 기업에게는 다음의 현금흐름이 주어진다.

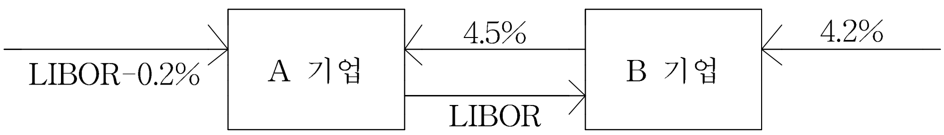
① 4.2%의 이자 수취
② A 기업으로부터 LIBOR 이자율 수취
③ A 기업에 4.5%의 이자 지급

이로부터 B 기업은 4.2%의 고정 이자 채권을 LIBOR 빼기 30 베이시스포인트의 변동 이자율 채권으로 전환시켰다.

A 기업은 LIBOR 빼기 20 베이시스포인트를 지급하는 채권을 보유하고 있다. B 기업과의 스왑 거래를 통하여 A 기업은 변동 이자율 채권을 고정 이자율 채권으로 전환시키게 된다.

① LIBOR-0.2%의 이자 수취
② B 기업에게 LIBOR 이자율 지급
③ B 기업으로부터 4.5%의 이자 수취

결국, A 기업은 4.3%의 고정 이자율 채권을 보유하게 된 것과 같은 현금 흐름을 얻게된다. 이를 도식적으로 표현하면 <그림 Ⅳ-3>과 같다.

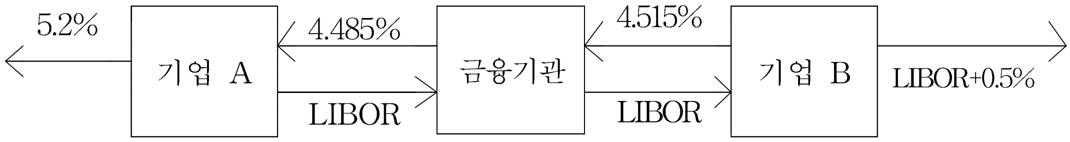


<그림 Ⅳ-3> 자산 속성 전환을 위한 A 기업과 B 기업의 스왑 거래

1-4. 금융기관의 역할과 가격 구조

일반적으로 비금융기관인 기업들이 스왑 거래를 위해 직접 접촉하는 일은 거의 없다. 그들은 은행 등의 금융기관을 매개체로 하여 스왑 거래 행하는데, 단순형 스왑의 경우 미국에서는 약 3 베이시스포인트 정도의 비용이 요구된다. <그림 Ⅳ-4>는 스왑 거래의 매개체로서 금융기관의 역할을 보여주고 있다. 금융기관은 기업 A와 기업 B 의 사이에 개입하여 스왑 거래의 상대방이 된다. 기업 A는 금융기관으로부터 4.5%에서 0.015%가 모자란 4.485%의 고정 이자를 받게 되고, 기업 B는 4.5%에 0.015%를 더한 4.515%의 고정 이자를 지급하게 된다. 금융기관이 중간에 매개체의 역할을 한다는 것을 제외하면 나머지 현금흐름은 모두 동일하다. 금융기관은 기업 A 와 기업 B에 대해서는 거래 상대방이 되

며, 각 기업은 상대방 기업을 접촉하거나 알 필요가 전혀 없다. 즉, 금융기관의 입장에서는 두 개의 계약을 체결한 것과 같게 되고 그로부터 0.03%의 수수료를 받는다. 기업 A와 기업 B가 모두 도산하지 않는다면 금융기관은 연 0.03%의 수수료를 받게 된다. 그러나 한 기업이 도산한다면 금융기관은 한 쪽 계약만이 유효하게 되므로 이자율 변동에 따르는 위험에 직면하게 된다. 금융기관이 부과하는 0.03%의 수수료는 이러한 도산 위험에 대한 보상이라고 할 수 있다.



<그림 Ⅳ-4> 금융기관 개입시의 이자율 스왑

미국에서 단순형 이자율 스왑은 대개 재무성 중기채(Treasury Note : TN)의 이자율을 초과하는 베이시스포인트로 호가된다. 금융기관들은 만기에 따라 금융기관이 지급하는 고정 이자율과 수취하는 고정 이자율을 재무성 중기채를 기준으로 하여 발표한다. 예를 들어, 만기 3년인 스왑 거래의 경우 지급 이자율은 3년 재무성 중기채 이자율에 20 베이시스포인트를 더한 것이고, 수취 이자율은 3년 재무성 중기채 이자율에 23 베이시스포인트를 더한 것으로 하자. 이 경우 현재 재무성 중기채 이자율이 6.3%라면 지급 이자율은 6.5%가 되고 수취 이자율은 6.53%가 되어 금융기관은 0.03%의 수수료를 취할 수 있다. 물론 3 베이시스포인트라는 스왑의 스프레드는 항상 고정된 것은 아니고, 수요와 공급에 따라 변한다. 시장 참가자들이 고정 이자율을 선호한다면 스왑 스프레드는 작아지고, 변동 이자율을 선호한다면 스왑 스프레드는 커질 것이다.

한편, 이자율 산출시 일수 계산에 따라 스왑 거래의 대금 수수가 달라질 수 있다. 앞의 예에서 스왑은 단기 금융시장 이자율 (money market rate)을 사용하기 때문에 6개월 LIBOR 이자율이 (실제일수/360)의 기준으로 6개월마다 복리 계산되었다. 그러나 재무성 중기채의 이자율은 (실제일수/1년의 실제일수)를 기준으로 6개월마다 복리 계산되므로 이자율 상호간에 혼동이 발생할 수 있다. 따라서 365일이 1년인 경우 6개월 LIBOR 이자율이 재무성 중기채 이자율과 비교되기 위해서는 6개월 LIBOR 이자율에 360/365을 곱하든가 재무성 중기채 이자율에 365/360를 곱하여야만 한다.

금융기관의 입장에서 항상 스왑 거래를 위한 거래 쌍방이 존재하지는 않는다. 만약 한 쪽의 거래 상대방만이 존재한다면 금융기관은 일단 그 거래만에 참여하고 다른 방향의 거래 상대방을 찾게 된다. 다른 상대방을 찾을 때까지 금융기관은 이자율 위험을 헤지하여야 하는데, 이 때 이자율 선물이 많이 이용된다.

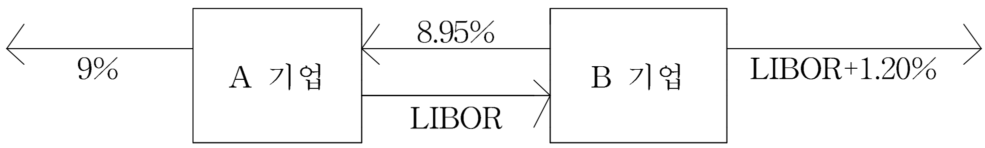
1-5. 스왑 거래의 비교 우위성

앞에서도 언급 하였듯이 스왑 거래는 채무의 속성을 바꾸어 준다. 변동 이자율을 고정 이자율로 또는 고정 이자율을 변동 이자율로 바꾸어 준다. 이러한 스왑의 특징은 고정 이자율 채무와 변동 이자율 채무에 비교 우위가 있는 기업들을 연결시켜 스왑으로부터 이익을 창출하도록 도와준다. 이는 경제학에서 리카르도의 비교 우위에 의한 교역 발생과 같은 개념이라고 할 수 있다. 예를 들어, A 기업은 B 기업에 비해 우량하여 더 좋은 조건으로 100억원을 기채할 수 있다고 하자. A 기업과 B 기업의 고정 이자율과 변동 이자율은 다음의 <표 Ⅳ-2>와 같다. 현재 A 기업은 변동 이자율 채무를 원하고, B 기업은 고정 이자율 채무를 원한다고 가정하자.

<표 Ⅳ-2> A 기업과 B 기업의 적용 이자율

	고정 이자율	변동 이자율
A 기업	9.00%	6개월 LIBOR + 0.40%
B 기업	10.50%	6개월 LIBOR + 1.20%

A 기업은 B 기업보다 우량하여 고정과 변동 이자율 측면에서 항상 좋은 조건으로 기채할 수 있다. A 기업은 변동 이자율 채무를 원하므로 LIBOR+0.40%의 이자를 지불해야 하고, B 기업은 고정 이자율 채무를 원하므로 10.50%의 이자를 지불하여야 한다. 그러나, A 기업과 B 기업은 스왑 거래를 통하여 현재의 기채 조건보다 더 좋게 기채할 수 있다. 이제 그 과정을 살펴보자. 고정 이자율 측면에서 A 기업은 B 기업보다 1.5%의 절대적 우위를, 변동 이자율 측면에서는 0.8%의 절대적 우위를 가지고 있다. 그러나 상대적으로 본다면 B 기업은 변동 이자율 측면에서, A 기업은 고정 이자율 측면에서 비교 우위에 있다고 할 수 있다. 따라서, 각 기업이 비교 우위에 있는 것을 기채하여 양자간에 스왑 거래를 한다면 스왑 거래로부터의 이익을 창출할 수 있다.



<그림 Ⅳ-5> 비교 우위를 이용한 스왑 거래

<그림 Ⅳ-5>에서와 같은 스왑 거래를 생각해 보자. A 기업은 9%의 고정 이자율로 기채하고 B 기업은 LIBOR+1.20%로 기채하였다. A 기업은 LIBOR 이자율을 B에 제공하고 B 기업은 9.05%의 고정 이자율을 A에 제공하는 스왑 거래가 이루어졌다. 이 경우 A 기업

의 현금흐름은 다음과 같다.

① 외부 기관에 9%의 이자 지급
② B 기업으로부터 9.95% 수취
③ B 기업에 LIBOR 이자율 지급

결과적으로 A 기업의 최종 순현금흐름은 LIBOR+0.05% 지급으로 A 기업 원래의 변동 이자율 조건보다 0.35% 저렴하게 변동 이자율 채무를 사용하게 되었다. B 기업 입장에서의 순현금흐름도 저렴한 고정 이자율 채무 사용과 같게 된다.

① 외부 기관에 LIBOR+1.20%의 이자 지급
② A 기업으로부터 LIBOR 이자율 수취
③ A 기업에 8.95%의 이자 지급

결국 B 기업은 10.15%의 고정 이자율 채무 사용과 같은 효과를 거두므로 0.35% 저렴하게 고정 이자율 채무를 사용하게 된다. 이와 같은 비교 우위에 의한 스왑 거래의 이익 창출은 고정 이자율 차이와 변동 이자율 차이의 크기 차이만큼이 된다. 즉, 고정 이자율 차이인 1.5%와 변동 이자율 차이인 0.8%의 차이인 0.7%가 스왑 거래로부터의 이익이 되며, 이를 기업 A와 기업 B가 0.35%씩 나눠가진 것이다.

2. 이자율 스왑의 가치 평가 및 여러 가지 변형

2-1. 이자율 스왑의 가치 평가

이자율 스왑의 가치는 비교적 쉽게 결정할 수 있다. 금융기관이 고정 이자를 지급받고 변동 이자를 지급하는 스왑을 생각해 보자. n번에 걸쳐 시점 t_i $(1 \leq i \leq n)$마다 대금의 수수가 이루어진다. 변동 이자율 채권의 경우는 항상 이자율이 실세 이자율로 조정되므로 액면 가치를 갖는다. 따라서, 고정 이자율 채권도 처음에는 액면가치를 갖도록 설계된다. 이 때 이자율 스왑의 가치는 다음과 같이 결정된다.[38]

(Ⅳ-1) $$V = B_{FIX} - B_{FL}$$

단, V = 금융기관 입장에서의 스왑의 가치
B_{FIX} = 고정 이자율 채권의 가치
B_{FL} = 변동 이자율 채권의 가치

즉, 이자율 스왑의 가치는 두 채권의 가치 차이를 의미한다고 볼 수 있다. 이제 각 채권

38 따라서 계약 당시 스왑의 가치는 0이 된다.

의 가치를 알아보기 위하여 현금흐름을 LIBOR 이자율로 할인하고, 스왑의 현금흐름과 관계된 위험은 은행간 채권 현금흐름의 위험과 같다고 가정하자. (Ⅳ-1)식을 좀 더 자세히 살펴보기로 하자. 만기 t_i에 해당하는 이자율을 r_i라고 정의하고 N_P를 원금이라고 할 때 고정 이자율 채권의 가치 B_{FIX}는 다음과 같다.

(Ⅳ-2) $$B_{FIX} = x\sum_{i=1}^{n} e^{-r_i t_i} + N_P e^{-r_n t_n}$$

단, x = 고정 이자 지급액

변동 이자율 채권의 가치는 이자의 지급이 발생하고 나서 곧 명목 원금인 N_P와 같으므로 다음 지급일이 t_1만큼 남은 고정 이자율 채권의 가치는 다음과 같이 표현될 수 있다.

(Ⅳ-3) $$B_{FL} = N_P e^{-r_1 t_1} + x^* e^{-r_1 t_1}$$

단, x^* = t_1 시점의 변동 이자 지급액 (이미 알려져 있음)

따라서, (Ⅳ-2)식과 (Ⅳ-3)식을 (Ⅳ-1)식에 대입하여 스왑의 가치를 결정할 수 있다. 스왑의 가치는 계약 시점에는 0이지만 시간이 흐르면서 양수도 되고 음수도 될 수 있다. 만약, 변동 이자를 지급받고, 고정 이자를 지급하는 스왑 거래라면 그 가치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(Ⅳ-4) $$V = B_{FL} - B_{FIX}$$

이제 LIBOR 이자를 지급하고 9%의 고정 이자를 지급하며 명목 원금이 100억원인 이자율 스왑의 가치를 알아보자. 잔존 기간은 1.25년이고 6개월 복리로 계산된다. 연속 복리 이자율은 3개월 10.2%, 9개월 11%, 15개월 11.5%라고 하자. 최근 지급 시점의 6개월 LIBOR 이자율은 10.4%였다. 이 경우 고정 이자 지급액은 4.5억원이 되고, 변동 이자 지급액은 5.2억이 된다. 이를 (Ⅳ-2)식과 (Ⅳ-3)식에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} B_{FIX} &= 4.5e^{-0.25\times0.102} + 4.5e^{-0.75\times0.11} + 104e^{-1.25\times0.115} \\ &= 98.61\text{억원} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{FL} &= 5.2e^{-0.25\times0.1} + 100^{-0.25\times0.1} \\ &= 102.60\text{억원} \end{aligned}$$

따라서, 스왑의 가치는 3.99억원이 된다.[39]

39 더 정확한 계산을 하기 위해서는 일수 조정을 하여야 한다. 즉, (실제일수/360)의 관계를 사용

2-2. 이자율 스왑의 여러 가지 변형

이자율 스왑에는 단순형 스왑 이외에도 다음과 같은 형태가 존재한다. 먼저, Constant Yield Swap을 알아보자. 스왑의 양측이 모두 변동 이자율인 경우가 이에 해당한다. 한 쪽은 30년 짜리 재무성 장기채에 변동하고 다른 한 쪽은 10년 짜리 재무성 중기채에 변동하는 경우를 생각할 수 있다. 두 번째는 Rate-Capped Swap으로 변동 이자율이 상한을 가지는 스왑을 말한다. 단순형 이자율 스왑에 이자율 캡을 합성하면 쉽게 얻을 수 있는 형태다. 세 번째는 Puttable and Callable Swap인데 이는 추가 비용 없이 어떤 시점에서 당사자의 한 쪽 또는 쌍방이 스왑을 취소할 수 있는 권리를 가지는 스왑을 말한다. 마지막으로 Forward Swap으로 스왑의 이자율은 미리 정해지지만 정해진 날짜까지 이행이 연기되는 스왑인데 'Deferred swap'이라고도 한다.

3. 통화 스왑 (Currency Swap)

3-1. 통화 스왑의 개념과 유용성

통화 스왑이란 어떤 나라의 통화로 표시된 채무 (원금과 고정 이자 지급)를 다른 나라의 통화로 표시된 채무 (원금과 고정 이자 지급)와 교환하는 계약을 지칭한다. 통화 스왑의 이용 사유도 앞에서의 이자율 스왑과 비슷하다. 어떤 두 기업이 비교 열위에 있는 통화로 기채를 하고 싶을 경우, 비교 우위에 있는 통화로 기채를 하여 서로 교환함으로써 서로 스왑의 이익을 취하는 것이다. <표 Ⅳ-3>의 예를 살펴보면 이를 쉽게 이해할 수 있다.

<표 Ⅳ-3> 통화별 기채 조건

	달러화 ($)	파운드화 (£)
A 기업	8.00%	11.6%
B 기업	10.00%	12.0%

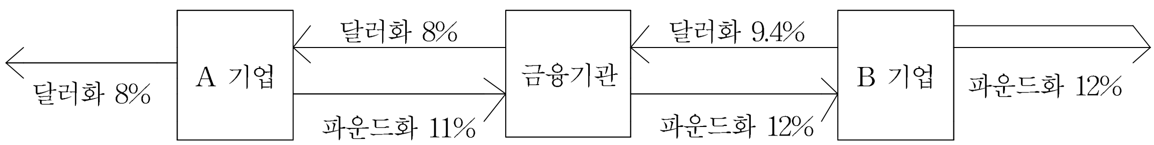
A 기업은 항상 B 기업보다 좋은 조건으로 기채할 수 있다. 즉, A 기업의 지명도가 B 기업보다 미국과 영국에서 항상 더 좋다는 것이다. 그러나 상대적으로 본다면 A 기업은 달러화에 B 기업은 파운드화에 비교 우위가 있음을 쉽게 알 수 있다.[40] 따라서 A 기업은 달러화로 B 기업은 파운드화로 기채하는 것이 유리하다. 그러나 지금 A 기업은 파운드화 기채를 원하고 B 기업은 달러화 기채를 원하므로 통화 스왑의 조건이 충족되고 있다. A 기업의 달러 채무와 B 기업의 파운드화 채무를 교환함으로써 양 기업은 스왑의 이익을

하여 이자를 할인하여야 한다. 여기서는 편의상 연속 복리를 이용하였다.

40 달러화에서는 A 기업이 2%의 우위에 있으나 파운드화에서는 0.4% 밖에 우위에 있지 못하므로 A 기업은 달러화에, B 기업은 파운드화에 비교 우위가 있다.

창출할 수 있다. 스왑의 이익은 각 통화 채무의 이자율 차이에서 발생한다. A 기업은 달러화에서 2%의 절대적 우위에 있고 파운드화에서 0.4%의 절대적 우위에 있으므로 스왑의 이익은 1.6% (=2%-0.4%)가 된다.

이제 스왑 과정을 살펴보도록 하자. <그림 Ⅳ-6>은 통화 스왑의 과정을 보여주고 있다. A 기업은 외부로부터 달러 표시 채무를 얻고, B 기업은 파운드화 표시 채무를 얻는다. 중간 매개체로서 금융기관이 개입되는데, A 기업은 외부로부터 차입한 달러화 표시 8% 채무를 차입과 같은 조건으로 금융기관에 대부를 하고 금융기관은 A 기업에 11%의 파운드화 표시 대부를 한다. 한편, B 기업도 외부로부터 차입한 파운드화 채무를 차입과 같은 조건으로 금융기관에 대부하고 금융기관으로부터 9.4%의 달러화 표시 대부를 받는다. A 기업과 B 기업은 모두 외부로부터 차입한 채무를 차입과 같은 조건에 금융기관에 대부하므로 이로부터의 순현금흐름은 없다. 그러나 11%의 파운드화 표시 대부를 받은 A 기업은 본래의 파운드화 기채 이자율인 11.6% 보다 0.6% 유리하게 기채하였고, 9.4%의 달러화 표시 대부를 받은 B 기업도 0.6% 유리하게 달러화로 기채하였다. 금융기관 측면에서는 파운드화 채무와 대부로부터 1%의 손실이 발생하지만 달러화 채무와 대부로부터 1.4%의 이익이 발생하므로 0.4%의 순이익을 얻을 수 있다. 따라서, A 기업, B 기업, 금융기관이 통화 스왑으로부터 얻은 총이익은 앞에서 계산된 1.6%가 된다.



<그림 Ⅳ-6> 통화 스왑의 예

이 스왑의 과정에서 이자율 스왑의 경우와 한 가지 다른 점은 금융기관의 이익 창출 과정에서 환위험이 발생한다는 것이다. 금융기관은 매년 1%의 파운드화 손실이 발생하고 1.4%의 달러화 이익이 발생하여 0.4%의 이익을 얻는 것으로 되어 있다. 그러나 환율이 심하게 변화하면 반드시 이익이 발생한다고 하기는 어렵다. 예를 들어, 통화 스왑의 시작시에 $15백만의 명목 원금이 £10백만에 해당한다면 금융기관은 매년 $210,000 (=1.4%×$15백만)의 수입과 £100,000 (=1%×£10백만)의 지출이 발생한다. 환율이 고정되어 있다면 금융기관은 확실한 이익이 보장되지만 환율이 변하면 이익은 보장되지 못하고 심한 경우는 손실까지 볼 수 있다. 이러한 위험을 헤지하기 위하여 금융기관은 매년 £100,000를 달러화로 매입하는 선물환 계약을 체결하여야 한다. 물론 <그림 Ⅳ-6>에 나타난 스왑의 조건을 변경하면 A 기업이나 B 기업이 환위험에 노출되도록 할 수도 있다. 그러나, 환위험 헤지에 능력이 있는 금융기관이 환위험에 노출되는 스왑 거래가 일반적이라고 할 수 있다.

3-2. 통화 스왑의 가치 평가

기업의 도산이 없다는 가정하에 통화 스왑의 가치는 두 가지 채무의 가격차이라고 볼 수 있다. 따라서, 미국 달러화 채무를 빌려오고 외국 통화로 대부해주는 달러화 표시 통화 스왑의 가치는 다음과 같이 표현될 수 있다.

(Ⅳ-5) $V = SB_F - B_D$

단, V = 통화 스왑의 가치

B_F = 외국 통화로 추정된 채권의 가치

B_D = 달러 표시 채권의 가치

S = 외국 통화 한 단위당 달러화의 가치 (달러화/외국통화)

여기서 통화 스왑의 가치는 미국의 이자율 기간구조와 외국의 이자율 기간구조 및 현물 환율에 의해서 결정된다. 이제 통화 스왑 가격 결정의 예를 들어보자. 미국과 일본의 이자율 기간구조가 평평한 직선이라고 가정하자.[41] 일본의 연속형 이자율은 연 4%이고 미국은 연 9%이다. 어떤 금융기관이 일본 엔화로 연 5%를 받고 미국 달러화로 연 8%를 지급하는 통화 스왑에 들어가 있다. 두 통화로 표시된 명목 원금은 ＄10백만과 ￥1,200백만이고 이 스왑은 잔존 기간이 3년이며 환율은 (￥110=＄1)이다. 이 경우 통화 스왑의 가치를 결정하기 위해서는 각 통화 채무의 가치 계산이 선행되어야 한다.

$$B_D = 0.8e^{-0.09\times1} + 0.8e^{-0.09\times2} + 10.8e^{-0.09\times3}$$
$$= \$9,640,000$$
$$B_F = 60e^{-0.04\times1} + 60e^{-0.04\times2} + 1,260e^{-0.04\times3}$$
$$= ￥1,230,550,000$$

따라서, 이 통화 스왑의 가치는 다음과 같다.

$$\frac{1}{110}(\$/￥)\cdot ￥1,230,550,000 - \$9,640,000 = \$1,550,000$$

만약, 이 금융기관이 일본 엔화를 주고 미국 달러화를 받는 통화 스왑이라면 그 가치는 -＄1,550,000이 될 것이다.

3-3. 통화 스왑의 여러 가지 변형

이자율 스왑의 변형인 Constant Yield Swap과 비슷한 형태가 통화 스왑에도 존재한다.

---

41 즉, 기간에 관계없이 이자율이 동일함을 의미한다.

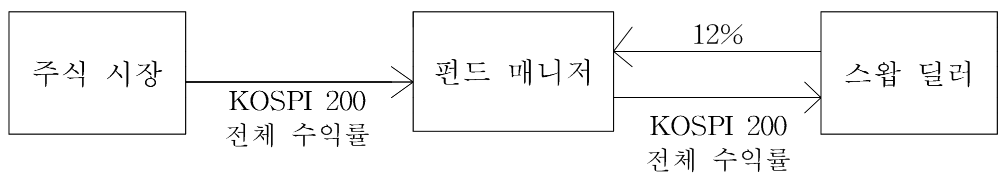
한 쪽은 US LIBOR의 변동 이자를 지급하고 다른 한 쪽은 UK LIBOR의 변동이자를 지급하는 통화 스왑이 바로 그것이다. 한편, 또 다른 변형으로는 아시안 옵션에서와 비슷하게 LIBOR 이자율의 일정 기간 평균을 이용한 스왑도 이용되고 있다. 어차피 통화 스왑 자체도 이자율에 근거를 두기 때문에 이자율 스왑과 큰 차이가 있다고 보기는 어렵다.

4. 주식 스왑 (Equity Swap)

4-1. 주식 스왑의 개념

단순형 (plain vanilla) 주식 스왑이란 한 쪽이 명목 원금에 대한 고정 이자를 지불하고 다른 한 쪽은 어떤 주가지수의 전체 수익률에 연동되는 변동 이자를 지급하는 거래를 말한다. 주가지수의 전체 수익률이란 배당과 자본 이익을 포함한 개념이지만 어떤 주식 스왑에서는 배당 이익이 배제된 경우도 있다. 뉴욕증권거래소 지수, S&P 500 지수, 니케이 지수, 특정 산업 지수, 종합주가지수, KOSPI 200 등 다양한 주가지수가 주식 스왑에 이용될 수 있다.

단순형 주식 스왑의 예를 살펴보자. 어떤 포트폴리오가 KOSPI 200 지수의 수익률과 매우 높은 상관관계를 가지고 있다고 하자. 펀드매니저는 이 포트폴리오의 위험 노출을 제거하기 위하여 주식 스왑 거래에 들어가고자 한다. 스왑의 조건으로는 스왑의 상대방인 스왑 딜러에게 KOSPI 200 지수의 전체 수익률을 제공하고 스왑 딜러로부터는 연 12%의 고정 이자 지급을 받는 것이다. 대금의 수수는 매 3개월마다 이루어지고 명목 원금은 100억원이다. 물론 이러한 과정에서도 스왑 딜러는 약간의 수수료를 추가시켜서 거래를 행한다. 스왑 딜러의 입장에서는 또 다른 스왑 대상을 발견하여 자신이 부담하는 위험을 전가시켜서 주식시장의 위험으로부터 완전히 빠져나오는 것이 필요하다. 그러나 그렇지 못한 경우에는 주가지수선물 등을 이용하여 자신의 위험을 헤지하여야 한다. 주식 스왑의 과정이 <그림 Ⅳ-7>에 있다.



<그림 Ⅳ-7> 단순형 주식 스왑

위의 예는 펀드매니저가 주식 시장에의 위험 노출을 주식 스왑을 통해 제거해버린 경우다. KOSPI 200에 대한 전체 수익률은 음수가 될 수도 있고 양수가 될 수도 있다. 양수가 되면 펀드매니저는 지불 의무가 생기고, 음수면 스왑 딜러에게 지불 의무가 생긴다.

4-2. 주식 스왑의 가치 평가

주가지수의 수익을 지불하고 그 반대 급부로 고정 이자를 수취하는 주식 스왑의 경우, 앞에서와 같이 고정 이자율 채권의 가치에서 주가지수의 가치를 차감하여 가치를 평가할 수 있다.[42]

(Ⅳ-6) $V = B_{FIX} - VI$

단, V = 주식 스왑의 가치

B_{FIX} = 고정 이자율 채권의 가치

VI = 주가지수의 가치

주가지수의 가치는 결국 명목 원금 (notional principle)의 현재가치와 같으므로 다음과 같이 표현될 수 있다.[43]

(Ⅳ-7) $VI = e^{-rt_n} \cdot N_P$

단, r = 할인율

t_n = 마지막 대금 수수 시점

N_P = 명목 원금

주식 스왑의 가치도 처음 시작시에는 0으로 출발하여 시간이 흐르면서 음수 또는 양수의 가치를 가지게 된다.

4-3. 주식 스왑의 여러 가지 변형

이러한 주식 스왑에도 여러 가지 변형이 있다. 고정 이자 대신에 LIBOR 등에 연동하는 이자의 지급이 있을 수 있고, 명목 원금이 스왑의 순지급액이나 주가지수의 수준에 따라 변동될 수 있다. 다른 변형으로는 주가지수 상승에 캡 (cap)을 두어 일정 수준 이상의 상승에 대해서는 보상되지 않는다든가, 주가지수 하락에 플로어 (floor)를 두어 일정 수준 이하의 하락에 대해서는 보호해 줄 수 있다. 또 다른 변종으로는 스왑의 대상이 한 쪽은 S&P 500 지수이고 다른 한 쪽은 니케이 지수가 되어 미국과 일본 주식시장의 수익을 스왑하는 형태다. 이 경우 외국 주가지수에 대한 수익률은 현물환율로 계산될 수도 있고, 환율을 고정시켜 계산될 수도 있다. 마지막으로 두 개의 개별 주식을 대상으로 하는 주식 스왑이 있을 수 있다. 예를 들어, IBM 주식과 Intel 주식의 수익을 교환하는 것이다. 이러한 스왑은 각 개별 기업의 신용도에 근거하므로 '신용 스왑 (credit swap)' 이라고도 불리지만 이는 약간 잘못된 것이다. 왜냐하면 개별 주식의 스왑은 신용도 뿐만 아니라 개별 주식 고유의 수익 (idiosyncratic return)도 포함되기 때문이다.

---

42 배당은 고려하지 않는다.

43 주가지수의 가치가 (Ⅳ-7)식과 같지 않다면 차익거래에 의해 이익을 창출할 수 있다.

5. 스왑션 (Swaption)

스왑션은 이자율 스왑에 대한 옵션을 말한다. 즉, 스왑션의 소유자가 미래의 특정 시점에 미리 계약되어 있는 스왑 거래를 할 수 있는 옵션을 가지는 것이다. 즉, 이자율 스왑 거래에 대한 옵션을 보통 스왑션이라고 한다. 가장 간단한 스왑션을 두 가지 정도 생각해 볼 수 있다. 즉, 변동 이자를 받고 고정 이자를 지급하는 스왑에 대한 옵션과 고정 이자를 받고 변동 이자를 지급하는 스왑에 대한 옵션으로 구분된다. 결론부터 말하자면 각각의 경우는 채권을 기초상품으로 하는 풋옵션 및 콜옵션과 유사하다. 즉, 변동 이자를 받고 고정 이자를 지급하는 스왑에 대한 옵션은 채권을 기초상품으로 하는 풋옵션과 비슷하며, 반대의 경우에는 콜옵션과 동일하다. 먼저, 첫 번째 경우를 생각해 보자. 변동 이자율 채권은 항상 실세 이자율이 반영되므로 그 가치는 스왑의 명목 원금과 같다. 따라서, 변동 이자를 받고 고정 이자를 지급하는 스왑션은 명목 원금으로 고정 이자율 채권을 매도하는 것과 같다. 따라서, 이에 대한 스왑션은 행사가격이 명목 원금인 채권에 대한 풋옵션과 같다. 마찬가지로, 고정 이자를 받고 변동 이자를 지급하는 스왑션은 명목 원금으로 고정 이자율 채권을 매입하는 것과 같다. 이는 행사가격이 명목 원금인 채권에 대한 콜옵션과 같다.

이제 스왑션의 가격결정에 대해 구체적으로 알아보자.[44] 유로피안 스왑션의 가격결정은 만기 시점에 스왑률 (swap rate)이 로그정규분포를 한다는 가정하에 유도될 수 있다.[45] R_{FIX}라는 스왑률로 이자를 지급하고 변동 이자를 수취하는 스왑션을 생각하자. 스왑션의 만기 시점인 T 시점 이후부터 n번의 대금 수수가 발생하고 명목 원금은 N_P이며 1년에 k번의 대금 수수가 이루어진다고 하자. 또, 스왑션 만기 시점의 스왑률을 R이라고 하자. 이제 스왑률이 R인 경우와 스왑률이 R_{FIX}인 경우의 현금흐름을 비교하면 스왑션으로부터 다음과 같은 연속적 현금흐름이 있을 것임을 알 수 있다.[46]

(Ⅳ-8) $$\frac{N_P}{k}\max(R-R_{FIX},0)$$

즉, T 시점 이후부터 n번에 걸쳐서 $\frac{1}{k}$년마다 (Ⅳ-8)식의 금액이 스왑션의 보유자에게 유입된다고 할 수 있다. 만기 시점의 스왑률 R이 R_{FIX}보다 작다면 스왑션의 보유자는 스왑션을 행사하지 않을 것이다. 왜냐하면 현금흐름이 음수이므로 손해가 되기 때문이다. 만기 시점의 스왑률 R이 R_{FIX}보다 크다면 스왑션의 보유자는 스왑션을 행사하여 양의 현금흐름을 취할 것이다.

---

44 위에서 스왑션을 고정 이자율 채권에 대한 풋옵션과 콜옵션으로 서술하였다. 그러나, 이자율에 대한 개념으로 바꾸면 조금 다르게 표현되어야 한다. 채권 가격에 대한 풋옵션은 이자율에 대한 콜옵션이 되고, 채권 가격에 대한 콜옵션은 이자율에 대한 풋옵션이 된다.

45 여기서 스왑률이란 변동 이자율에 대응하는 고정 이자율을 의미한다. 스왑에 사용되는 고정 이자율은 시간에 따라 변하므로 스왑션 계약 당시와 스왑션 만기 시점의 스왑률은 서로 다르다.

46 본고에서는 스왑률과 스왑 이자율이란 용어를 혼용하기로 한다. 스왑률은 모두 1년에 k번의 복리 계산을 가정한 이자율이다.

대금의 수수 시점을 t_i ($t_i = T + i/k$, i=1,2, · · ·)라고 하자. t_i 시점에 (Ⅳ-8)식의 현금흐름을 Black (1976)의 옵션 공식을 이용하여 표현하면 다음과 같다.[47]

(Ⅳ-9) $\frac{N_P}{k} e^{-r_i t_i}[FN(a_1) - R_{FIX}N(a_2)]$

단, $a_1 = \frac{\log(F/R_{FIX}) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}}$

$a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T}$

F = 선도 스왑률

σ = 스왑률의 변동성

r_i = 만기 t_i인 연속 복리 할인채 이자율

따라서, 스왑션의 총가치는 다음과 같이 표현될 수 있다.

(Ⅳ-10) 스왑션의 총가치 = $\sum_{i=1}^{n} \frac{N_P}{k} e^{-r_i t_i}[FN(a_1) - R_{FIX}N(a_2)]$

단, a_1, a_2: (Ⅳ-9)에서의 정의와 같음.

여기서, A를 t_i 시점마다 1원을 지급하는 계약의 가치라고 하면 ($A = \sum_{i=1}^{n} e^{-r_i t_i}$)이므로 (Ⅳ-10)식은 (Ⅳ-11)식과 같이 다시 쓸 수 있다.

(Ⅳ-11) 스왑션의 총가치 = $\frac{N_P A}{k} e^{-r_i t_i}[FN(a_1) - R_{FIX}N(a_2)]$

만약, 고정 이자를 지급하고 변동 이자를 수취하는 스왑션이라면 스왑션으로부터의 연속적 현금흐름은 (Ⅳ-12)와 같을 것이고, 스왑션의 총가치는 (Ⅳ-13)식의 금액이 될 것이다.

(Ⅳ-12) $\frac{N_P}{k} \max(R_{FIX} - R, 0)$

(Ⅳ-13) 스왑션의 총가치 = $\frac{N_P A}{k} e^{-r_i t_i}[R_{FIX}N(-a_2) - FN(-a_1)]$

단, a_1, a_2: (Ⅳ-9)에서의 정의와 같음.

(스왑션의 예) 연속 복리를 취하는 LIBOR 이자율 곡선이 6.5%로 평평하다고 하다. 3년 뒤가 만기이며 6.3%의 스왑률을 가지는 3년짜리 스왑션을 생가해 보자. 즉, 6.2%의 고정

---

47 Black (1976)의 옵션 공식은 Black and Scholes (1973)를 약간 변형한 선물옵션 가격결정 모형이다.

이자를 지급하고 LIBOR 이자를 수취하는 스왑에 대한 옵션이 된다. 스왑률의 변동성은 20%다. 대금의 수수는 매 6개월마다 이루어지고 원금은 $10백만이다. 이 스왑션의 가치를 계산해 보자. 대금 수수 시점마다 1원을 지급하는 계약의 가치인 A는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= e^{-0.065\times 3.5} + e^{-0.065\times 4} + e^{-0.065\times 4.5} \\ &\quad + e^{-0.065\times 5} + e^{-0.065\times 5.5} + e^{-0.065\times 6} \\ &= 4.4130 \end{aligned}$$

연속 복리 연 6.5%는 6개월 복리로 약 6.61%에 해당한다. 이자율 곡선이 평평하므로 선도 스왑률은 6.61%가 되고, R_{FIX}는 6.2%이다. 따라서 여러 가지 변수들의 값은 다음과 같이 주어진다.

$F=0.0661$, $R_{FIX}=0.062$, $T=3$, $\sigma=0.2$, $N_P=$ $10백만, $k=2$

위의 값들을 (Ⅳ-9)에 대입하면 누적정규분포의 임계치를 구할 수 있다.

$$a_1 = \frac{\log(0.0661/0.062) + 0.2^2\times 3/2}{0.2\sqrt{3}} = 0.3581$$

$$a_2 = a_1 - 0.2\sqrt{3} = 0.0117$$

위에서 계산된 값을 (Ⅳ-11)식에 대입하여 스왑션의 프레미엄을 계산할 수 있다.

스왑션의 프레미엄

$$= \frac{\$10\text{백만}\times 4.4130}{2}[0.0661\times N(0.3581) - 0.062\times N(0.0117)]$$

$$= \frac{\$10\text{백만}\times 4.4130}{2}[0.0661\times 0.639878 - 0.062\times 0.50468]$$

$$= \$242{,}842$$

6. Accrual Swap

블랙-숄즈 모형의 확장으로 Accrual Swap의 가치를 평가할 수 있다. 이 스왑은 변동 이자율이 일정 범위 내에 있을 경우 한 쪽의 이자율이 증가되는 스왑이다. 이 범위는 스왑 기간 동안 고정되어 있기도 하고 기간별로 재조정되는 경우도 있다. Accural Swap의 예를 들어보자. 고정 이자율 R_{FIX}는 매 분기마다 LIBOR 이자율과 교환된다. 여기서 단순형 이자율 스왑과 다른 점은 3개월 LIBOR가 연 8%보다 작은 날에만 고정 이자가 누적되고 그렇지 않은 날에는 누적되지 않는다는 것이다. 원금이 N_P이므로 단순형 스왑에서는 고정 이자

지급자는 각 지급일에 $0.25 \times R_{FIX} \times N_P$ 만큼을 지급하지만, Accrual Swap의 경우에는 $R_{FIX} \times N_P \times n_1/n_2$ 만큼을 지급한다. 여기서 n_1은 해당 스왑 기간 동안 3개월 LIBOR가 8%보다 작게 거래된 날짜 수를 의미하며, n_2는 일 년 동안의 총 거래일 (business days) 수를 의미한다. 고정 이자 지급자는 3개월 LIBOR가 8% 이상 되는 각 거래일에 대하여 $R_{FIX} \cdot N_P/n_2$ 만큼을 절약할 수 있다. 고정 이자 지급자의 포지션은 단순형 이자율 스왑에 스왑 기간 동안의 각 거래일에 대한 이진 (binary) 옵션을 합한 것과 동일하다고 할 수 있다. 이진 옵션은 3개월 LIBOR가 8% 이상이 되는 경우 $R_{FIX} \cdot N_P/n_2$를 지불하는 것이다.

이를 일반화하기 위하여 LIBOR의 절사율 (cut-off rate)이 Rx라고 하자. 스왑 기간 동안의 어떤 i일에 대한 선도 LIBOR가 F_i이고 변동성은 σ_i라고 하자. LIBOR가 Rx보다 작을 위험 중립적 확률은 $N(d_2)$가 된다. 단, d_2는 다음과 같다.

(Ⅳ-14) $$d_2 = \frac{\ln(F_i/R_x) - \sigma^2_i t_i/2}{\sigma\sqrt{t_i}}$$

여기서, t_i는 연단위로 환산된 i일까지의 기간을 의미한다. 이진 옵션의 지급은 i 일 이후의 스왑 대금 수수일에 이루어진다. 이 시점을 s_i라 하고 만기가 s_i인 할인채 이자율을 r_i라 하면, i일에 대한 이진 옵션의 가치는 다음과 같다.

(Ⅳ-15) i일 이진 옵션의 가치 = $$\frac{R_{FIX} \cdot N_P}{n_2} e^{-r_i s_i} N(d_2)$$

이진 옵션의 총 가치는 스왑 기간 동안 매일 매일의 이진 옵션 가치를 합하여 얻어진다. 즉, n_3을 스왑 기간 동안의 총 거래일이라고 할 때 이진 옵션의 총 가치는 다음과 같다.

(Ⅳ-16) 이진 옵션의 총 가치 = $$\sum_{i=1}^{n_3} \frac{R_{FIX} \cdot N_P}{n_2} e^{-r_i s_i} N(d_2)$$

V. 장외파생상품의 실제

지금까지는 장외파생상품을 이론적 입장에서 분류하였으나 지금부터는 실무적 측면에서 장외파생상품이 어떻게 설계되어 거래가 되는가와 그 도입이 증권업계에 주는 효과에 대해 알아보고자 한다. 이미 장외파생상품은 외국 금융기관에 의해서 활발하게 거래가 되고 있다. 또한 우리나라에서도 외국환 취급은행을 통하여 거래가 이루어지고 있다. 따라서, 이자율 및 통화를 대상으로 하는 장외파생상품은 합법적으로 거래가 이루어지고 있다. 그러나, 주식관련 장외파생상품은 아직 양성화된 거래 형태로 발전하지 못하고 있다. 이는 이러한 상품의 주요 취급자가 되어야 할 증권회사들에게 이 업무에 대한 명시적 허용이 안되어 있기 때문이다. 즉, 허용 여부가 불투명한 실정이다. 또한, 증권회사의 부수업무로 인정되고 있지도 못하기 때문에 자유로운 주식형 장외파생상품의 거래는 양성화되지 못하고 있다. 이러한 실정에서도 많은 증권회사들이 우회적 방법을 통하여 장외파생상품의 거래를 행하고 있는 것도 이미 알려진 사실이다.

여기서는 장외 파생상픔의 양성화된 거래 활성화를 위하여 여러 금융기관들에 의하여 실제로 거래가 이루어지고 있는 장외파생상품들을 대상으로 구체적인 상품 설계를 살펴보기로 한다.[48] 이미 구체적인 발간물을 통해서 소개된 상품도 있으나 장외파생상품은 그 성격상 공개가 매우 어려운 실정이다. 상품의 설계 그 자체가 노우-하우가 되기도 하고 고객보호 차원에서 상품의 구체적인 노출은 금융기관의 비밀 누출과 위법성이 있을 수도 있다. 따라서, 여기서 기술되는 수치 자체는 모두 원래의 계약에서 변형된 것으로 보면 된다. 또한 계약의 취급기관도 언급되지 않을 것이고 계약금액에 언급된 것은 모두 가상의 수치임을 밝혀둔다. 단지, 여기서 소개되는 모든 장외파생상품들은 모두 실제로 거래되는 금융상품으로부터 인용된 것으로 실무적 응용도는 매우 크다고 할 수 있다.[49]

1. 주식 관련 장외파생상품

1-1. 주식 바스켓에 연계된 콜옵션 (Call Option Linked to a Basket of Shares)

상품의 개요: 이 상품은 원하는 몇 종목의 주식 바스켓에 연계되는 매우 흔한 장외 콜옵션이다. 즉, 몇 종목의 주식 바스켓을 기초자산으로 하는 콜옵션이라고 할 수 있다. 바스켓의 가격은 각 주식의 비중에 따라 가중평균으로 산출한다.

거래의 동기: 우리나라 주식시장의 경우 외국인 투자 한도를 넘어서 외국인에게 프레미엄이 붙어 거래가 되고 있는 종목이 다수 존재한다. 외국인의 경우 이러한 종목에 투자하여 수익을 취하고 싶지만 투자 한도에 걸려서 투자할 수가 없다. 이 때, 이 옵션을 매입

---

48 여기서 장외파생상품이라 하면 금융상품만을 의미한다.

49 여기서 소개되는 상품들은 3개의 외국 금융기관과 2개의 한국 금융기관으로부터 수집되었다. 이미 공개된 발간물에서 발췌된 내용은 구체적인 언급이 가능하기도 하나 다른 금융기관과의 형평성을 맞추기 위해 모든 상품에 대해 수정을 행하였다.

하면 외국인들은 손쉽게 투자한도 소진 종목에 대한 투자성과를 거둘 수 있다. 매도측인 우리나라의 금융기관은 콜옵션 매도로부터 프레미엄을 수취하고 이를 헤지하기 위하여 콜옵션을 동적복제 (dynamic replication) 하여야 한다. 이 때, 중요한 것은 환위험의 통제에 있다. 이 콜옵션이 달러화로 결제되기 때문에 거래시에 환위험에 대한 고려도 함께 이루어져야 한다.

계약의 조건

① 옵션의 매도자: 금융기관

② 옵션의 매입자: 고객

③ 옵션의 형태: 유로피안 콜옵션[50]

④ 결제의 형태: 현금 결제

⑤ 거래일: 합의에 의해 결정

⑥ 만기일: 거래일로부터 6개월

⑦ 바스켓: 정해진 비중에 따라 다음의 종목을 포함함

종목	비중
포항제철 (POSCO)	30%
한국전력 (KEPCO)	30%
이동통신 (SK Telecom)	40%

⑧ 현금 결제액의 결정 (Cash Settlement Amount):

$$\text{현금 결제액} = \max\left[0, \text{행사금액} \cdot \frac{(\mathrm{BASKET}_m - \mathrm{BASKET}_0)}{\mathrm{BASKET}_0}\right]$$

단, BASKET_m = 행사일에 그 시점의 환율로 계산된 미국 달러화 표시 바스켓의 가치 (주식의 가치는 종가로 결정됨)

BASKET_0 = 거래일에 그 시점의 환율로 계산된 미국 달러화 표시 바스켓의 가치 (주식의 가치는 종가로 결정됨)

행사금액 = 거래일에 결정된 미국 달러화 표시 행사가격

⑨ 프레미엄: 행사금액에 비례하는 일정액을 거래일 이후 2 사업일에 매입자가 매도자에게 지불함

50 아메리칸 옵션이나 풋옵션도 가능하다.

거래의 효과: 이 거래는 주로 외국인의 투자한도 소진 종목을 대상으로 이루어지므로 외국인들에게는 매력적인 측면이 있었다. 그러나 우리나라 금융기관의 입장에서는 환위험을 고려하지 않고 콜옵션을 발행할 경우 옵션 발행의 위험이 매우 높게 된다. 이러한 측면만 고려한다면 양측에 모두 매력적인 상품이라고 할 수 있다.

1-2. KOSPI 200 콜옵션

상품의 개요: KOSPI 200 콜옵션이 1997년 7월 7일 한국증권거래소에 상장되기 이전에 장외파생상품으로 외국인들에게 거래되던 상품이다. 일반적인 개요는 장내 옵션과 거의 비슷하나 고객의 선호도에 맞게 계약의 조건이 탄력적이라는 것이 특징이다.

거래의 동기: KOSPI 200 콜옵션은 우리나라의 금융기관들이 외국 금융기관과 가장 흔하게 거래했던 장외옵션 상품이다. 외국인들에게는 직접 우리나라의 주식에 투자하는 것보다 콜옵션을 이용하는 것이 더욱 편리하다고 생각되어 거래가 되었다. 이제 KOSPI 200 옵션이 도입되어 그 유용성은 어느 정도 감소되었다고 할 수 있다. 그러나, 장외파생상품으로서 KOSPI 200 콜옵션은 고객의 선호도에 맞게 옵션의 설계가 가능하기 때문에 아직도 가치가 인정된다고 생각된다.

계약의 조건

① 거래일: 가능한 빨리

② 옵션의 스타일: 유로피안

③ 옵션의 형태: 미국 달러화 표시 콜옵션

④ 옵션의 매도자: 금융기관

⑤ 옵션의 매입자: 상대 금융기관

⑥ 기초자산 : KOSPI 200

⑦ 명목원금: 미국 달러화 (백만불 단위)

⑧ 프레미엄 지급일: 거래일 이후 5 홍콩·서울 영업일

⑨ 만기일: 거래일 이후 3개월

⑩ 결제금액: 옵션 매도자는 옵션 매입자에게 다음 금액을 지불함

결제금액 = 명목원금 × $\mathrm{Max}[0,\{(I_m/FX_m)-(I_s/FX_s)\}/(I_s/FX_s)]$

단, I_m = 만기일 KOSPI 200의 종가

I_s = 거래일 KOSPI 200의 종가

FX_m = 만기일 미국 달러화 대비 원화의 현물환율

FX_s = 거래일 미국 달러화 대비 원화의 현물환율

⑪ 결제금액 지급일: 만기일 이후 KOSPI 5 영업일

⑫ 결제 통화: 미국 달러화

거래의 효과: 앞에서의 주식 바스켓에 연계된 콜옵션과 마찬가지로 이것도 역시 환위험에 노출되어 있다. 따라서, 환위험 부문만 통제한다면 거래 쌍방의 요구를 충분히 충족시킬 수 있다.

1-3. SK 텔레콤 주식연계 증권 (SK Telecom Equity Linked Notes)

상품의 개요: 이것은 앞에서 언급된 '주식 바스켓에 연계된 옵션'과 마찬가지로 외국인들에게 인기가 높은 SK 텔레콤의 수익을 제공해주는 장외파생상품이다. 즉, 외국인들은 국내 기관에 발행가 (수수료 포함)에 해당하는 금액을 지불하고, 국내 기관은 만기시에 명목원금에 SK 텔레콤의 수익률을 곱한 금액을 지불한다. 따라서, 수익률이 음인 경우에는 명목원금 이하의 금액을 지불할 수도 있다. 이것도 역시 SK 텔레콤의 투자한도 소진을 이용하여 개발된 상품이다.

거래의 동기: SK 텔레콤의 외국인 한도가 모두 소진되어 더 이상의 매입이 어려워지자 국내 기관들이 외국인들에게 SK 텔레콤의 수익을 보장해주면서 수수료를 취하기 위하여 만들어졌다.

계약의 조건

① 상품의 종류: 주식연계 채권

② 대상 주식: SK 텔레콤

③ 명목원금: US ＄10,000,000

④ 발행가: US ＄11,150,000 (수수료 포함)

⑤ 이자액: 없음 (Zero)

⑥ 상환 지급액:

상환지급액 = NP × (X_e/X_s) × (FX_s/FX_e)

단, NP = 미국 달러화 표시 명목원금

X_s = 거래일부터 시작하여 연속된 KOSPI 3 영업일 동안 실제 거래가격의 원화 표시 가중평균

X_e = 만기일 또는 조기상환일 (early redemption date)을 포함한 연속된 마지막 3 영업일 동안 실제 거래가격의 원화 표시 가중평균

FX_s = 거래일의 미국 달러화 대비 원화 환율

FX_e = 상환일의 미국 달러화 대비 원화 환율

⑦ 조기상환: KOSPI 5 영업일 이전의 사전 통보를 하면 만기일 이전에 상환될 수 있음

⑧ 오류의 수정: 여기서 정해진 조건들은 발행자와 매입자의 동의에 의해 변경될 수 있음

⑨ 결제 통화: 미국 달러화

거래의 효과: ELN (Equity Linked Notes: 주식연계 증권)의 대표적인 경우로 한 때 외국인들에게 매우 인기가 있었다. 국내 기관의 입장에서는 발행가를 수취하여 명목원금에 해당하는 SK 텔레콤 주식을 매입하면 전혀 위험이 없어지므로 무위험으로 수수료 수입을 취할 수 있다. SK 텔레콤 주식을 매도하려는 국내 기관의 입장에서는 매도 효과와 함께 수수료 수입을 올리는 것과 같다. 그러나 거래시에 당장 발행가에 해당하는 금액을 지불하여야 하고, 수익이 환위험에 노출되어 있어서 외국인들의 입장에서는 약간 불리한 듯하다. 이러한 면을 싫어하는 외국 기관들은 주식스왑 등을 이용하여 주식연계 증권과 같은 효과를 거두기도 한다.

1-4. 홍콩 지수 워런트[51]: 콴토 워런트 (Hong Hong Index Call and Put Warrants)

상품의 개요: 주식연계 파생상품으로서 워런트 (warrant)는 옵션과 그 성격이 매우 유사하지만 기업 스스로가 워런트를 발행한다는 점에서 제3자가 발행하는 옵션과는 차이가 있었다. 이러한 개별주식의 워런트에서 출발하여 지금은 주가지수에 연계된 워런트가 제3자에 의해 발행되어 거래되고 있다. 지수 워런트는 지수 옵션과 유사한 상품으로 거래소에 상장된 것도 매우 많다. 여기서 소개하는 지수 워런트는 홍콩 지수에 연계되어 거래가 되었던 장외파생상품으로 8가지의 콜 및 풋 워런트를 다루고 있다. 이 상품의 한가지 특성은 콴토 워런트라는 것이다. 콴토란 손익을 결정하는 기초자산의 가격은 A국 통화로 결정되고, 실제 손익은 B국 통화로 결정되는 것을 말한다. 즉, A국 통화로 수익률을 계산하고 그 수익률에 B국 통화에 의한 금액을 곱하여 손익이 결정되는 것을 말한다. 이 경우 지수는 홍콩 통화에 의해 계산되고 손익은 미국 달러화로 결정되므로 콴토 워런트가 된다. 상장된 콴토 주가지수선물로는 시카고상업거래소에서 거래가 되는 Nikkei 225 주가지수선물을 들 수 있다.[52] 이러한 콴토 관련 파생상품은 환율을 고정시킨 상태하에서의 외국 기초자산에 대한 파생상품이라고 할 수 있다.

거래의 동기: 홍콩 지수 워런트이므로 홍콩 주식시장에 대한 기대에 의존하여 거래가 되는 상품이다. 지수 옵션과 마찬가지로 홍콩 주식시장에 대한 투자를 비교적 작은 금액으로 손쉽게 할 수 있다는 특징이 있다. 워런트의 형태는 아메리칸형이므로 언제든지 행사가 가능하기 때문에 효용성이 더 높다고 할 수 있다. 또한 미국 달러화로 결제되는 콴토 워런트기 때문에 환위험에 대한 부담이 없어 좀더 안정적인 투자가 가능하다고 할 수 있다.

계약의 조건

① 발행자: AA 증권회사

② 워런트 형태: 아메리칸형

③ 규모: 각 500,000 워런트
콜 워런트 – A, C, E & G
풋 워런트 – B, D, F & H

④ 통화 및 행사: 미국 달러화로 결제, 1 워런트는 1 지수에 해당함

51여기서 지수의 명칭은 밝히지 않기로 한다.

52이 경우 Nikkei 225 주가지수는 일본 엔화로 계산되지만, 결제는 Nikkei 225 주가지수에 (또는 수익률에) 미국 달러화 표시 금액을 곱하여 결정되므로 콴토 주가지수선물이 된다. 따라서, 미국 투자가의 입장에서는 환위험을 부담하지 않게 된다. 그러나, 가격결정을 위해서는 좀 더 복잡한 수학적 분석이 요구된다. 왜냐하면 Nikkei 225 주가지수를 복제하는 포트폴리오의 구성이 사실상 일본 엔화로 표시된 개별 주식들에 의해서만 가능하므로 차익거래시에 일본 엔화가 개입되어야 하기 때문이다.

⑤ 행사기간
A, B, C & D: 1995년 3월 1일부터 1995년 7월 21일
E & F: 1995년 3월 1일 부터 1996년 2월 29일
G & H: 1995년 3월 1일 부터 1996년 8월 30일

⑥ 행사가격
A, B, E, F, G & H: 1995년 2월 21일 지수 종가의 100%
C: 1995년 2월 21일 지수 종가의 110%
D: 1995년 2월 21일 지수 종가의 90%

⑦ 현물가격에 대한 발행가격 비율
A: 콜 10.57%, B: 풋 9.86%, C: 콜 6.26%,
D: 풋 5.66%, E: 콜 16.04%, F: 풋 12.51%,
G: 콜 19.04%, H: 풋 15.11%

⑧ 프레미엄[53]
A: 콜 10.57%, B: 풋 9.86%, C: 콜 16.26%,
D: 풋 17.40%, E: 콜 16.04%, F: 풋 12.51%,
G: 콜 19.04%, H: 풋 15.11%

⑨ Gearing[54]
A: 콜 9.5x, B: 풋 10.1x, C: 콜 16.0x,
D: 풋 17.7x, E: 콜 6.2x, F: 풋 8.0x,
G: 콜 5.3x, H: 풋 6.6x

⑩ 상장 여부: 상장 안함

⑪ 워런트 대리인: BB 은행

⑫ 결제: Cedel and Euroclear

---

53 프레미엄의 계산 공식은 다음과 같다.

$$\text{프레미엄} = \frac{\text{주당워런트비용} + \text{행사가격} - \text{현물가격}}{\text{현물가격}} \times 100$$

단, 주당워런트비용은 워런트의 가격으로 발행시에는 발행가격이 된다.

C와 D를 제외한 다른 워런트들은 행사가격이 현물가격과 같으므로 프레미엄은 '현물가격에 대한 발행가격 비율'과 같다. C는 행사가격이 110%이므로 프레미엄은 더 크고, D는 행사가격이 90%이므로 프레미엄도 작아진다.

54 Gearing은 일종의 레버리지 (leverage) 개념이라고 볼 수 있다.
Gearing ratio = 현물가격/주당워런트비용
이는 주당워런트비용 1단위당 현물가격을 의미한다. 워런트를 옵션이라고 생각한다면 현물가격을 옵션가격으로 나눈 것과 같다. 여기서는 C와 D를 제외한다면 프레미엄의 역수가 된다. 왜냐하면 행사가격과 현물가격이 같기 때문이다. x는 '倍 (multiple)'를 의미한다.

⑬ 主管理者: AA 증권회사

⑭ 시장조성

스크린 매매: 로이타 NEDD

최대 매도-매수 스프레드: 프레미엄의 5%

최대 규모: 20,000 워런트

최소 규모: 1,000 워런트

거래시간: 홍콩 02:00 – 09:00 (GMT)

유럽 09:00 – 16:00 (GMT)

단, 홍콩에서 개장시간 중에는 호가차이가 5%를 넘을 수 있음

거래의 효과: 홍콩 지수에 대한 옵션과 유사하지만 거래금액 등의 여러 가지 조건을 자유롭게 조정할 수 있다. 특히, 미국 달러화로 결제되는 콴토 워런트이므로 미국 투자가에게는 환위험이 없다.

1-5. 독일 DAX 지수에 대한 콴토 콜워런트[55] (Quanto Call Warrant on the DAX Index)

상품의 개요: 이 상품은 Paribas Capital Markets Group Ltd.에서 발행한 콴토 콜워런트로 앞에서 소개된 홍콩 지수 워런트와 비슷한 콴토 콜 워런트다. 단지, 런던증권거래소에 상장되었으므로 완전한 장외파생상품이라고 할 수는 없다.

거래의 동기: 어떤 미국의 기관투자가는 독일 주식시장의 상승을 기대하여 DAX 지수에 대한 콜옵션을 매입하고자 한다. 그러나 그는 향후 발생 가능한 환위험에 대하여 두려워하고 있다. 이 때, 그에게 적합한 장외파생상품이 콴토 (quanto) 워런트라고 할 수 있다. 콴토 워런트는 환율변동에 영향을 받지 않는 외국 기초자산의 옵션을 말한다. 즉, 외국 기초자산의 가격변화를 자국통화에 의한 가격변화로 인식하여 자국통화로 행사가격과 손익을 정하면 외국통화의 환율변동 위험에 전혀 노출되지 않을 수 있다.

계약의 조건

① 통화: USD

② 발행자: Paribas Capital Markets Group Ttd.

③ 상품: 독일 DAX 지수에 대한 콴토 콜워런트

④ 워런트 형태: 아메리칸 콴토 콜워런트 (만기전 행사가능)

⑤ 워런트 수량: 700,000 워런트
10 워런트는 지수 1단위에 대한 콜 1개를 나타냄

⑥ 최소 거래규모: 100 워런트 단위

⑦ 최소 행사규모: 1,000 워런트

⑧ 최대 행사규모: 하루에 전체 발행량의 10% 이하

⑨ 시작일 (launch date): 1994년 1월 31일

⑩ 행사가격 및 만기일: US ＄2179.67 / 1995년 1월 31일

⑪ 발행가격: US ＄21.8

---

55 이 부분은 Solnik (1996)의 467쪽 내용을 옮긴 것임을 밝혀둔다. 이 상품은 런던증권거래소에 상장된 것이므로 엄격히 말해 장외파생상품이라고 하기는 어렵다.

⑫ 행사기간: 지불일 다음 영업일부터 만기일을 포함하는 날까지의 어떤 영업일에도 가능함. 영업일이란 런던의 은행과, Euroclear 또는 Cedel이 영업하는 날을 의미함

⑬ 결제 및 결제기관: 미국 달러화로 현금결제 (5영업일 결제)
EUROCLEAR and CEDEL

⑭ 상장: 런던증권거래소

시장조성: Paribas가 시장을 조성하고, Paribas의 호가는 REUTERS page PCMM에 게시된다. 정상적인 시장 조건하에서 매도 및 매수호가는 호가된 워런트 가격의 5%를 벗어나지 못하고 가격은 적어도 10,000 워런트에 대해서 유효하다.

거래의 효과: 미국 투자가는 이 거래를 함으로써 마르크/달러화 환율에는 관심을 쓸 필요가 없고, 단지 독일 주식시장의 DAX 지수 움직임에 의해서만 손익이 결정된다. 만기까지 DAX 지수가 2179.67 이하면 워런트 비용만을 손해보고, DAX 지수가 그 이상이 되면 지수와 행사가격의 차이에 해당하는 금액을 미국 달러화로 수취하게 된다. 즉, 그의 손익에 마르크/달러 환율은 전혀 개입되지 못한다.

2. 이자율 관련 장외파생상품

2-1. 미국 달러화 3개월 예치: 재무성 장기채의 예측에 근거함[56] (USD 3-month Deposit: Range View on US Treasury)

상품의 개요: 이 상품은 6%의 이표를 가지며 2026년 2월 15일 만기인 30년짜리 재무성 장기채가 향후 3개월간 항상 82 (7.53%의 수익률) ~ 90 (6.79%의 수익률) 사이에서 거래가 이루어지면, 3개월짜리 미국 달러화 예금에 대해 높은 이자를 지불하겠다는 계약이다.

거래의 동기: 그 동안 30년짜리 재무성 장기채가 82~90 사이에서 거래가 되어 특별한 경제 발표가 없는 한 가격은 그 사이에서 머무를 것으로 예상된다. 즉, 경제 상황에 큰 변화가 없을 것이고 연방준비은행도 경제의 흐름을 바꾸기 어려운 무기력한 상황이라고 할 때, 30년짜리 재무성 장기채의 가격은 크게 변하지 않을 것이다. 이러한 경제 상황이 예상된다면 이 상품은 매우 매력적이라고 할 수 있다.

현재의 시장 조건

① 5.625%의 이표를 가지는 2006년 2월 15일 만기 재무성 장기채의 가격 = 86 17/32 (7.095%의 수익률)

② ABC 은행 3개월 예치 이자율 = 5.325%

계약의 조건

① 예수자: ABC 은행

② 예치액: 미국 달러화로 합의에 의해 결정

③ 거래일: 합의에 의해 결정

④ 예치일: 거래일로부터 2일

⑤ 만기일: 예치일로부터 3개월

⑥ 이자의 지불 (Interest): '실제일수/360'을 기준으로 후불 지급함[57]
- 30년짜리 재무성 장기채가 만기까지 82~90 사이에서만 거래가 되면 10.00%를 지급

---

56 여기서 재무성 장기채란 Treasury Bond, 재무성 중기채는 Treasury Note, 재무성 단기채는 Treasury Bill을 말한다.

57 단기자금의 이자 계산시 통용되는 국제적 관행으로 1년을 360일로, 예치 기간은 실제일수로 생각하여 이자를 계산하는 방법이다. 그러나 우리나라에서는 1년을 365로 생각하여 계산한다.

하고, 그렇지 않으면 2.00% 지급함
- 재무성 장기채는 6%의 이표를 가지며 2026년 2월 15일 만기임

⑦ 원금의 상환 (Principal Redemption): 예치금의 100%

거래의 효과: 30년짜리 재무성 장기채가 82~90 사이에서 거래가 된다면 고객의 입장에서는 높은 이자수입을 수취하므로 매우 유리하다. 그러나, 이 상품의 위험은 재무성 장기채가 주어진 범위를 벗어나 거래가 되는 것이다. 이 경우 투자자는 2%의 낮은 이자를 받는다.

2-2. 미국 달러화 6개월 예치: 달러/엔 환율 예측에 근거함 (Range View on USD versus JPY)

상품의 개요: 이 상품은 미국 달러화에 대한 일본 엔화의 환율이 향후 6개월간 101∼113 사이에서 거래가 되면, 6개월짜리 미국 달러화 예금에 대해 9%의 높은 이자를 지급하겠다는 계약이다. 그렇지 않으면 2%의 최소 이자를 지급받게 된다.

거래의 동기: 금융기관의 입장에서는 통화 옵션의 스트래들 (101∼113) 매도 포지션에 있는 경우 이 포지션의 헤지를 위해 사용할 수 있다. 즉, 엔/달러 환율이 101∼113 사이에 있는 경우 스트래들로부터 이익을 취하므로 9%의 높은 예금이자를 감당할 수 있다. 그 범위를 벗어날 경우 스트래들로부터 손해를 입게되므로 예금이자를 많이 지급할 수 없다. 예금자 입장에서는 스트래들의 매입 포지션을 헤지하기 위하여 이 상품을 사용할 수 있다.

현재의 시장 조건

① 미국 달러화 대비 일본 엔화의 현물 환율 = 107.89

② ABC 은행 6개월 예치 이자율 = 5.38%

계약의 조건

① 예수자: ABC 은행, 고객

② 예치액: 미국 달러화로 합의에 의해 결정

③ 거래일: 합의에 의해 결정

④ 예치일: 거래일로부터 2일

⑤ 만기일: 예치일로부터 6개월

⑥ 이자의 지불: '실제일수/360'을 기준으로 후불 지급함
- 미국 달러화에 대한 엔화의 환율이 만기까지 101∼113 사이에서 거래가 되면 9.00%를 지급하고, 그렇지 않으면 2.00% 지급함

⑦ 원금의 상환 (Principal Redemption): 예치금의 100%

거래의 효과: 예금자 측면에서의 위험은 환율이 정해진 범위를 벗어나는 것인데, 이 경우 2%의 최소 이자를 지급받게 된다. 그러나 스트래들 매입 포지션의 헤지를 목적으로 이 거래를 행하였다면 어떤 경우던 목적을 달성하게 된다고 할 수 있겠다.

2-3. 미국 달러화 원금 축소가능 스왑 (USD 5 Year Notional-Reduceable Swap)

상품의 개요: 이 상품은 5년간의 이자율 스왑에 원금의 축소 옵션을 추가시킨 스왑을 말한다. 고객은 금융기관에 현재의 스왑 이자율보다 낮은 (below market) 6.06%의 고정 이자를 지급하고, 금융기관으로부터는 6개월 미국 달러화 LIBOR 이자를 지급받는다. 단, 이러한 단순형 이자율 스왑에 담당 금융기관이 1년 뒤부터 LIBOR 재조정 시점 (reset date)마다 최대 20%까지 원금을 축소할 수 있는 옵션을 가진다. 따라서, 담당 금융기관은 1년 뒤부터 LIBOR 재조정 시점마다 원금의 20% 범위내에서 자유자재로 원금을 축소해 나갈 수 있다.

거래의 동기: 금융기관의 입장에서 단순형 이자율 스왑을 제공할 때 향후 스왑 조건 변동의 위험이 크게 느껴질 수 있다. 이 때, 스왑 이자율을 조금 낮춰주는 대신에 원금 축소 옵션을 가짐으로써 향후 불리한 이자율 변동으로부터 부분적인 헤지가 가능하게 된다. 고객의 입장에서는 스왑 이자율이 낮아지므로 단순형 이자율 스왑보다 유리하다.

현재의 시장 조건

① 5년짜리 미국 달러화 스왑 이자율 매도호가 = 6.55% (30/360 기준)

② ABC 은행 6개월 LIBOR = 5.65%

계약의 조건

① 계약의 주체: ABC 은행 (신용 등급: AAA/Aaa), 고객

② 명목원금: 미국 달러화 금액으로 합의에 의해 결정

③ 실행일: 합의에 의해 결정

④ 실효일: 실행일로부터 2일

⑤ 만기일: 실효일로부터 6개월

⑥ 고객의 이자 지급 (Client pays): 6.06%
- 30/360 기준으로 6개월마다 후불로 지급[58]

⑦ 금융기관의 이자 지급: 6개월짜리 미국 달러화 LIBOR
- 실제일수/360에 기초하여 6개월마다 후불로 지급

---

58 장기 스왑 거래시의 국제 관행으로 한 달을 30일, 1년을 360일로 생각하여 이자를 계산하는 방법이다.

⑧ 원금 축소 옵션 (Reduction Option): 1년 뒤부터 LIBOR 재조정 시점마다 금융기관은 스왑에 대한 명목 원금을 최대 20%까지 축소시킬 수 있음

거래의 효과: 이 상품은 금융기관이 불리한 이자율 변동 위험을 부분적으로 헤지하려고 하는 의도에 의해서 만들어졌다. 따라서, 이자율이 금융기관에 불리하게 변동되었을 경우 금융기관은 스왑 포지션에 대한 부분적 헤지를 달성할 수 있으나, 고객은 스왑 포지션이 축소되어 이익의 기회를 부분적으로 상실하게 된다.

2-4. 미국 달러화 1년 예치: 재무성 장기채의 선택 범위에 근거함 (USD 1-year Deposit: Chooser Range on US Treasury)

상품의 개요: 이 상품은 6%의 이표를 가지며 2026년 만기인 30년짜리 재무성 장기채의 수익률 (yield)이 매 분기 초마다 고객에 의해서 선택된 58 bp 범위내에서 항상 거래가 되면 13%라는 높은 이자를 지급받는 것이다. 고객이 선택한 범위는 매 분기마다 58bp를 기준으로 재조정이 가능하다. 고객 입장에서의 위험은 30년짜리 재무성 장기채가 주어진 기간 동안 선택된 범위를 벗어나는 것이다. 이렇게 되면 고객은 2%라는 최소의 이자를 지급받게 된다.

거래의 동기: 향후 장기채 이자율 및 이자율 변동 범위 예측에 어느 정도 자신이 있는 고객이라면 높은 수익률을 올릴 수 있는 좋은 기회가 된다.

현재의 시장 조건

① 5.625%의 이표를 가지는 2006년 2월 15일 만기 재무성 장기채의 가격 = 86 17/32 (7.095%의 수익률)

② ABC 은행 12개월 예치 이자율 = 5.875%

계약의 조건

① 예수자: ABC 은행

② 예치액: 미국 달러화로 합의에 의해 결정

③ 거래일: 합의에 의해 결정

④ 예치일: 거래일로부터 2일

⑤ 만기일: 예치일로부터 12개월

⑥ 이자의 지불: '실제일수/360'을 기준으로 매분기마다 후불 지급함
- 30년짜리 재무성 장기채가 주어진 분기에 선택된 범위 내에서 거래가 되면 13%를 지급하고, 그렇지 않으면 2%를 지급함
- 30년짜리 재무성 장기채란 6%의 이표를 가지며 2026년 2월 15일 만기임

⑦ 매 분기 초마다 투자자가 58bp에 해당하는 범위를 지정함

⑧ 원금의 상환 (Principal Redemption): 예치금의 100%

거래의 효과: 장기채의 이자율이 고객이 선택한 58bp 범위 사이에서 움직인다면 매우 유용하지만 그렇지 못할 경우에는 낮은 이자를 수취하게 된다. 따라서, 이 상품의 유용성은 장기채 이자율의 변동성에 크게 좌우된다고 할 수 있다.

2-5. 변형된 이자율 스왑

상품의 개요: 이 상품은 6개월 USD LIBOR 이자율의 예측에 근거한 장외파생상품으로 이자의 스왑을 목적으로 한다. 금융기관과 고객과의 거래로 금융기관은 6개월 USD LIBOR를 반년마다 지급한다. 이에 대한 반대 급부로 고객은 6개월 USD LIBOR 이자율이 6.25% 미만이면 반년마다 5.4%를 지급하고, 6개월 USD LIBOR 이자율이 6.25% 이상이면 그 이자율에서 10bp를 차감한 이자를 지급하면 된다.

거래의 동기: 결국 6개월 USD LIBOR 이자율 예측에 근거하여 거래가 이루어진다고 할 수 있다. LIBOR 이자율이 5.4% 이하가 되면 고객이 불리하고 그 이상이면 적어도 불리하지 않게 된다. 금융기관의 입장에서는 LIBOR 이자율이 5.4% 미만이 될 것을 기대한다. 그러나 LIBOR 이자율이 지나치게 상승할 때 발생할 수 있는 위험을 방지하기 위하여 6.25% 이상인 경우 그 이자율에서 10bp를 차감한 이자를 고객이 지급하도록 하였다.[59]

현재의 시장 상황: 현재 5년 스왑 이자율은 6.62% (SA, 실제일수/360)이고, 6개월 LIBOR 이자율은 5.59%다.[60]

계약의 조건

① 거래금액: USD 50,000,000

② 거래 시작일: Spot Start

③ 만기일: 거래 시작일로부터 5년

④ 이자의 교환:
금융기관 지급: 6개월 USD LIBOR 이자를 6개월마다 지급
고객 지급: 6개월 USD LIBOR 이자율이 6.25% 미만이면 반년마다 5.40%를 지급하고, 6개월 USD LIBOR 이자율이 6.25% 이상이면 그 이자율에서 10bp를 차감한 이자를 지급[61]

⑤ USD LIBOR Index: Telerate 3750 참조

거래의 효과: 거래 시작과 더불어 현재의 6개월 LIBOR 이자율 (5.59%)이 기준 이자율인 6.25%보다 낮으므로 금융기관으로부터 19bp (5.59%- 5.4%)를 수취한다. 이자율이 상승하여 6.25% 수준에 도달해도 LIBOR보다 10bp의 절약 효과가 있다. 이자율 하락시에도 5.4%는 현재 5년간 스왑 이자율인 6.62%보다 122bp 낮은 수준이며, 이자율이 이례적으로

59이자율이 6.25% 이상이면 그 이자율에서 10bp를 차감한 이자를 지급하면 되므로 6.35%까지는

60 여기서 SA는 반년마다 (semi-annually)를 의미한다.
61 이자의 계산은 '실제일수/360'에 의한다.

낮았던 93년을 제외한다면 역사적으로도 가장 낮은 수준이다.

2-6. 무비용 knock-out knock-in 칼러 (Zero-Cost Knock-Out Knock-in Collar)

상품의 개요: 무비용 칼러 (캡과 플로어의 조합)에 knock-in 옵션과 knock-out 옵션을 부과한 상품이다. 먼저, 칼러의 범위 내로 이자율 변동을 막을 수 있으나, knock-out 조건이 캡 (cap)에 적용되므로 이자율이 캡의 상한을 넘어서 knock-out 수준까지 상승하면 캡이 기능을 상실한다. 플로어 (floor)에는 knock-in 조건이 적용되어 이자율이 일정기간 동안 플로어 하한을 넘어서 하락되더라도 knock-in 수준 이하로 떨어지지 않는한 플로어는 기능을 발휘하지 못한다.

거래의 동기: 투자자의 입장에서 무비용 칼러를 원하지만 이자율이 지나치게 상승하지 않을 것임을 예측하고 있다. 또한 이자율 하락에 대해서는 플로어 수준 이하라 할지라도 어느 정도 혜택을 보고 싶어한다. 이 경우 캡 수준 이상으로 knock-out 구조를 추가하여 급격한 이자율 상승에 대한 위험을 감수하고, 그 대신에 플로어 수준 이하로 knock-in 조건을 걸어 이자율 하락에 의한 혜택을 어느 정도 취할 수 있다.

계약의 조건

① 거래금액: US ＄50,000,000.00

② 거래 시작일: Spot Start

③ 거래 만기일: 거래 시작 일로부터 5년

④ 옵션 프레미엄: 없음 (Zero Cost)

⑤ 옵션의 조건 5년
고객의 옵션 매도: 6.50% 플로어 (knock-in at 4.05%)
고객의 옵션 매입: 7.25% 캡 (knock-out at 9.0%)

⑥ knock-in, knock-out 구조: 캡의 경우 재시작 시점 전 6개월 동안 LIBOR가 knock-out 수준을 건드리지 않으면 옵션은 유효하며 플로어의 경우 4.5%에 도달해야 옵션이 유효하다. knock-out, knock-in은 매 기간마다 독립적으로 적용된다. 즉 일정 시점의 knock-out 또는 knock-in은 그 기간의 캐플렛 (caplet)에만 영향을 주고 향후 잔여 캐플렛에는 영향을 주지 않고 계속 옵션이 유효하다.[62]

거래의 효과

무비용 칼러는 프레미엄의 지급 없이 이자율을 7.25% 아래로 억제가 가능하며 4.5%에 도달한 적이 없으면 이자율 하락에 의한 기회이익도 향유할 수 있다. 즉, 이자율이 4.5%

62 ‘캐플렛’이란 캡을 구성하는 개별 옵션으로 여기서는 매기간마다의 캡을 의미한다.

까지 내려간 적이 없으면 knock-in이 안되어 플로어가 무의미하므로 4,5% 수준까지는 이자율 하락의 이익을 취할 수 있음을 의미한다. 이자율 상승시 7.25% 수준으로 헤지가 가능하며, 이자율의 하락하여 4.5% 수준을 건드리더라도 6.50%는 현재의 5년 스왑 이자율인 6.62%보다는 낮은 수준이므로 유리하다. 역사적으로 9.0% 이상의 이자율이 1년 이상 유지된 적이 거의 없으므로 비교적 안전하다. 이자율이 9.0%를 건드린다 하더라도 옵션이 knock-out되어 헤지효과가 없어지는 기간이 1기간 이상이 되는 경우는 극히 희박하다. 또는 플로어의 knock-in 수준인 4.5%는 이자율이 이례적으로 낮았던 1993년에만 있었던 수준으로 도달할 가능성이 상당히 낮은 수준이다.

2-7. 무비용 knock-out 칼러 (Zero Cost Collar with Knock-out)

상품의 개요: 무비용 knock-out 칼러는 거래비용이 없이 USD 변동이자율 채무를 헤지할 수 있는 방법이다. 이자율이 플로어의 행사가격 이상에 머물러 있으면 기업은 현재의 낮은 이자율 수준을 향유할 수 있다. 동시에 이자율이 캡 수준 이상으로 상승하는 위험도 회피할 수 있으나, knock-out 수준 이상이 되면 캡이 무의미해진다. 이 경우에는 이자율 상승 위험을 안게 된다. 그러나 knock-out 구조를 가미함으로써 일반적인 무비용 칼러보다 캡 수준을 낮출 수 있다는 것이 특징이다.

거래의 동기: 투자자의 입장에서 무비용 칼러를 원하지만 이자율이 지나치게 상승 또는 하락하지 않을 것임을 예측하고 있다. 그러나 knock-out 조건을 추가하는 대신에 캡의 수준을 하락시켜 이자율 변동에 대해 일반적인 칼러보다 더 유리한 조건을 얻게 된다.

계약의 조건

① 거래금액: US $100,000,000.00

② 옵션의 조건
　고객의 옵션 매입: 7.25% 캡 (knock-out at 9.0%)
　고객의 옵션 매도: 5.30% 플로어

③ 거래 시작일: Spot start

④ 거래 만기일: 거래시작일로부터 5년

⑤ 옵션 프레미엄: 없음 (Zero Cost)

⑥ Knock-out structure: 재시작 시점마다 6개월 LIBOR가 knock-out 수준을 건드리지 않으면 옵션은 유효하다. knock-out은 매 기간마다 독립적으로 적용된다. 즉 일정 시점의 knock-out은 그 기간의 캐플렛에만 영향을 주고 향후 잔여 캐플렛에는 영향을 주지 않으면서 옵션이 계속 유효하다.

거래의 효과

무비용 칼러는 프레미엄의 지급 없이 기업의 이자율 상승 위험을 효과적으로 헤지할 수 있는 수단이다. 이자율 하락시 5.30% 수준에서 이자율이 고정되나 현재의 5년 스왑 이자율 (6.62%)이나 6개월 LIBOR 수준 (5.59%)보다는 낮은 상태이다. 이자율 상승시 7.25% 수준으로 이자를 확정시킬 수 있어 금리상승에 의한 손실을 헤지할 수 있다. 이자율이 상승하여 9% 이상이 되면 높은 이자를 지급해야 하는 위험이 따르나 9%의 knock-out 수준은 1990년 이후 한 번도 도달하지 않은 수준으로 비교적 안정적인 수준이다.

2-8. 조건부 LIBOR 스왑 (Contingent LIBOR Swap)

상품의 개요: 단순형 이자율 스왑에 한 가지 옵션을 추가한 것이다. 즉, 고정이자를 지급하는 쪽에 1년 뒤 고정이자 대신에 LIBOR-40bp의 변동이자를 지급할 수 있는 옵션을 부여하는 것이다. 이러한 옵션이 부여되므로 스왑 이자율은 현행보다 약간 낮게 결정된다. 즉, 현행 스왑 이자율은 6.3%지만, 이 계약에서는 6.0%로 조정된다.

거래의 동기: X 기업의 재무담당자는 스왑 이자율이 계속 상승함에 따라 현재 보유하고 있는 변동이자율 채무의 헤지를 고려하고 있다. 그가 고려하고 있는 5년짜리 스왑의 이자율은 현재 6.3%에 달하였다. 한편, 6개월물 LIBOR는 현재 5.3%이나 지속적인 상승 추세에 있다. 이 상황에서 스왑 이자율이 너무 비싸다고 생각되지만 LIBOR 이자율의 상승도 두려운 실정이다. 이 경우 다음과 같은 조건부 LIBOR 스왑을 하면 그의 고민을 어느 정도 해소할 수 있다.

계약의 조건

① 거래금액: US ＄100 million

② 거래 시작일: spot start

③ 만기일: 거래 시작일로부터 5년

④ 이자의 교환
X 기업의 수취: 6개월 미국 달러화 LIBOR 수취 (SA, Act/365)
금융기관의 수취: 처음 1년간은 매 6개월마다 6.0% 수취.
1년 이후는 금융기관이 다음 중 선택함.
a) 매 6개월마다 6.0% 수취 (처음 1년과 동일)
b) 매 6개월마다 LIBOR-40bp 수취
단, 일단 선택하면 그 수취 방법이 끝까지 유효함

선택권 행사시의 수급: 만약, 금융기관이 b)를 선택하면 X 기업은 매 6개월마다 40bp를 수취하거나 향후 발생할 연속된 40bp의 현재가치를 현재 시점에서 수취하고 스왑거래를 종결시킬 수 있다.

거래의 효과: X 기업은 현재의 스왑 이자율보다 낮은 수준으로 스왑거래를 체결할 수 있다. b)의 선택을 당하면 이자율 위험에 다시 노출되지만 매 기간마다 40bp의 이자비용 절감 효과가 있다. X 기업의 입장에서는 금융기관 선택권의 가치를 어느 정도로 보느냐에 따라 이 계약의 효용성이 달라진다

3. 통화 관련 장외파생상품

- knock-out 조건을 가지는 합성선물환[63] (Synthetic Forward with Knock-Out)

상품의 개요: 이 상품은 환위험을 헤지하기 위하여 2개의 옵션을 이용하는 것으로 선물환거래 (currency forward)와 동일한 구조를 갖는 합성선물환 (synthetic forward)이다. 즉, 동일한 행사가격과 만기를 갖는 콜옵션을 (풋옵션)을 매입 (매도)하고 풋옵션 (call option)을 매도함으로서 선물환 매입 (매도)과 동일한 구조를 갖는 포지션을 만들 수 있다. 옵션을 매입하는 데는 상당한 프레미엄을 지급하여야 하나, 옵션을 동시에 사고 팔아 일반적으로 프레미엄이 저렴하며, 여기에 환율이 일정한 수준에 도달하면 옵션이 소멸하는 knock-out을 설정함으로써 프레미엄을 대폭 줄이거나 프레미엄이 전혀 없도록 할 수 있다. 이를 knock-out 옵션을 가지는 합성선물환 (synthetic forward with knock-out)이라고 한다. 시장환율이 행사가격 이상으로 과도하게 움직이면 옵션이 소멸되는 knock-out 옵션과, 행사가격 이하로 과도하게 하락하면 옵션이 소멸하는 reverse knock-out 옵션이 있다. 여기서는 reverse knock-out 옵션을 가지는 것을 소개한다.

거래의 동기: 선물환거래 대비 유리한 환율로 외국통화를 매입/매도 할 수 있다. 선물환거래의 경우 양국간 금리차에 기초한 균형 선물환율로 거래가 되므로 고객의 목표 환율이 개입될 여지가 없으나, 합성선물환을 이용하면 목표 환율이 반영되면서 선물환거래와 동일한 효과를 갖는다. 합성선물환과 knock-out을 결합하여 옵션프레미엄을 완전히 제거할 수 있다. 3개월 후 수입대금으로 엔화를 해외에 지급해야 하는 기업이 현재 시점에서 엔화 지급액 상당의 미국 달러화 금액을 확정시키고자 한다. 즉, 환율을 108로 고정시켜서 환율 변동에 따르는 위험을 없애고자 한다.

시장상황

현재환율: 107.50
3개월 선물환율: 106.10
목표환율: 108.00

계약의 조건

① 고객의 옵션 매입: 엔화 콜옵션 (또는 달러화 풋옵션)

② 고객의 옵션 매도: 엔화 풋옵션 (또는 달러화 콜옵션)

③ 두 옵션의 행사가격: 108.00

④ 엔화 콜옵션의 knock-out 가격: 100.5

---

63 선물환계약은 선도계약 중에서 통화 선도계약을 지칭한다.

⑤ 옵션 만기일: 3개월

⑥ 옵션 프레미엄: 없음

거래의 효과: knock-out 조건이 있어서 프레미엄을 없앨 수 있다는 장점이 있으며 환율이 100.5에 이르기까지는 선물환의 효과를 충분히 누릴 수 있다. knock-out 조건의 경우 거래기간 중 시장환율이 미리 정한 수준 (knock-out level)에 도달하게 되면 전체 옵션거래가 소멸되어 처음에 의도했던 환위험 헤지가 실패할 가능성이 있으므로 선물환보다 위험하다고 할 수 있다.

4. 장외파생상품의 도입과 증권업계

장외파생상품의 도입이 증권업계에 어떤 영향을 줄 것인가? 이는 매우 당연하면서도 답변이 절실히 요구되는 질문이기도 하다. 좀 더 구체적으로 말하면 장외파생상품의 도입이 증권업계에 얼마만큼의 수익성을 가져올 수 있느냐는 것이다. 요즘의 추세로 보아 위탁수수료율이 자유화되면 증권회사의 수수료 수입 비중이 감소할 것은 쉽게 짐작될 수 있다. 과연 장외파생상품의 도입이 증권회사의 감소된 수익구조를 혁신시켜 수익성을 향상시킬 수 있는냐는 것이다. 단적으로 답한다면 이는 개별 증권회사의 신상품 개발 의지와 능력에 달려있다고 할 수 있다.

장외파생상품의 특성상 위험을 감수하지 않는 완전한 중개 업무란 그리 많지 않다고 할 수 있다. 왜냐하면 상대방에 대해서 충분한 지식이 없는 기관끼리의 거래는 발생하기 어렵기 때문이다. 이 경우 증권회사는 중개 업무를 행하지만 쌍방에 대하여는 거래 주체로서의 역할을 하여야 하므로 거래 쌍방에 대한 신용위험 (credit risk)를 떠맡게 된다. 따라서, 쌍방으로부터 수수료를 수취한다 하더라도 신용위험이 존재하므로 계약 만료시까지 수익의 정도를 알 수 없다. 만약 쌍방 중에 한 쪽이라도 도산하게 되면 수수료보다 더 큰 손실이 발생할 가능성이 매우 높기 때문이다. 한 쪽이 도산하는 경우 증권회사는 더 이상 중개의 역할은 존재하지 않고 거래 상대방으로서만 역할을 할 뿐이다.

이와 같이 신용위험은 장외파생상품의 중개 업무에 가장 중요한 요인의 하나로 인식되고 있다. 만약 이 신용위험만 통제할 수 있다면 중개 업무를 행하는 증권회사는 확실한 수수료 수입을 취할 수 있을 것이다. 신용위험을 통제하기 위한 수단으로 보험이 존재한다면 매우 유용한 수단이 될 것이다. 그러나, 그러한 보험은 존재하기 어렵다. 일반적으로 보험은 표준적이고 정형화된 계약에 적용되지만 장외파생상품의 경우는 매우 다양하고 위험의 측정이 어렵기 때문이다. 또한 보험회사가 다양한 장외파생상품 계약을 이해하고 보험상품을 만들기는 매우 어렵다는 것이 또 다른 이유라고 할 수 있다. 이러한 이유로 요즘에는 신용위험을 대상으로 하는 장외파생상품이 개발되어 거래가 되고 있다.[64]

한편, 엄격한 의미에서 말한다면 장외파생상품 거래에서 수수료란 존재하지 않는다고 할 수 있다. 장외파생상품은 기관끼리의 거래이므로 그 사이에 중개기관이 개입되지 않으면 협상된 가격에 거래가 이루어지는 것이기 때문이다. 협상된 가격이란 거래 쌍방이 합의한 가격이다. 따라서 여기에 수수료가 존재한다고 보기는 어렵다. 그러나, 증권회사의 입장에서는 신상품을 개발하여 다른 기관과 매매할 때 수수료에 해당하는 금액을 신상품 가격에 포함시켜 수익을 취할 수 있다. 바로 이것이 증권회사가 장외파생상품으로부터 수익을 취하는 가장 중요한 부문이라고 해야 할 것이다. 그러나 이러한 수익은 증권회사의 능력에 크게 좌우되기 때문에 일률적으로 어느 정도의 수익을 거둘 수 있는지를 평가하기는 매우 어렵다. 매우 유용한 장외파생상품을 최초로 개발하여 매매할 경우 수요가 많을 것이고, 이 때에는 신상품의 가격을 적정 가격보다 높게 책정하여 많은 수익을 얻을 것이다. 즉, 적정 가격에 높은 프레미엄을 부과하여 매매할 수 있음을 의미한다. 이러한 프레미엄이 증권회사의 수수료 부문이라고 할 수 있다. 그러나 시간이 흘러 다른 증권회사가

64여기에 대한 자세한 내용은 매달 발행되는 'Risk'誌를 참조시오.

비슷한 상품을 개발하면 프레미엄의 크기는 줄어들기 시작하여 나중에는 프레미엄 없이도 거래가 될 것이다. 이렇게 다른 금융기관이 최초의 금융기관을 추격하는데 소요되는 기간은 대개 1년을 넘지 못한다. 따라서 증권회사들은 끊임없이 장외파생상품을 연구・개발하여야 한다.

장외파생상품 중에서도 이자율 스왑의 경우에는 매도 및 매수 호가차이를 금융기관이 수취한다. 미국의 경우 호가차이는 일년에 약 3bp (0.03%) 정도이다. 물론, 이자율 스왑의 초창기에는 호가차이가 100bp까지도 가능했으나 이제는 경쟁이 심하여 3bp에서 균형을 이루고 있는 듯 하다. 그러나 이러한 호가차이는 수요와 공급에 의해서 자주 바뀐다. 시장 참여자들이 고정율 지급을 더 원하면 스프레드는 더 커질 것이고, 그 반대의 경우에는 더 작아질 것이다.

이제 우리나라 시장을 장외파생상품의 수요와 공급 규모 측면에서 살펴보자. 먼저 이자율 거래의 경우는 우리나라의 잠재 규모가 매우 크다고 할 수 있다. 아시아권에서 일본을 제외한 채권의 발행 규모로 볼 때 이러한 추정은 설득력이 있다.[65] 우리나라의 경우 채권 발행시장 규모는 크지만 유통시장 구조가 취약하여 이자율 부문의 별다른 헤지 수단이 없어왔다고 할 수 있다. 그러나 이자율 관련 장외파생상품의 거래는 각 기관의 구미에 맞게 설계될 수 있어서 그러한 헤지 및 투자 수단으로서의 역할을 충분히 할 수 있으리라고 본다. 즉, 이자율 스왑 및 선도거래 등을 통한 장외파생상품의 거래는 매우 활발히 이루어질 것이다.

주식 관련 장외파생상품의 경우도 이에 뒤지지 않는다고 할 수 있다. 우리나라의 거래 규모는 세계 10위권에 있을 정도로 활발한 상태다.[66] 또한 선진국에 비해 높은 성장 가능성과 주가가 저렴하다는 이유로 많은 외국인들의 관심이 되고 있다.[67] 이러한 관심은 주식 현물시장 뿐만 아니라 장외파생상품 시장으로도 이어지고 있다. 현재 홍콩 및 싱가폴을 거점으로 하고 있는 많은 외국 증권회사들이 우리나라의 주식 관련 장외파생상품 시장을 엿보고 있다. 또한 그들이 현재 거래하고 있는 한국 주식 관련 장외파생상품도 계속 거래가 증가하고 있는 실정이다. 이러한 추세로 보건데 우리나라 장외파생상품 시장의 규모는 충분히 수익성이 있는 시장이라고 할 수 있다.

이상으로 볼 때 장외파생상품의 도입시 우리나라는 충분한 매력이 있는 시장이라고 할 수 있다. 그러나 이러한 매력이 많은 노우-하우와 기술력이 쌓인 외국 증권회사와 격돌시 유지될 수 있는가는 알 수 없다. 우리 증권회사들은 계속해서 파생상품 부분의 기술력과 인재를 양성하면서, 우리가 가지고 있는 시장 특성에 관한 지식을 동원하여 외국 증권회사와 경쟁하여야 한다. 이러한 노력이 계속된다면 사회 전체적으로 자금 조달과 금융시장의 효율성에 큰 도움이 되리라고 본다. 증권시장의 규제 완화와 자유화에 의해 증권회사간의 경쟁은 더 심화될 것이고 수수료 자유화는 증권회사의 수익구조를 더 어렵게 할

---

65 1996년 전체 채권 발행액은 87조원에 달했고, 잔액은 169조원이었다.

66 1996년 주식 총거래금액은 143조원에 이르고, 신규발행 규모는 5조원 규모에 달했다.

67 물론, 공시 및 회계제도의 문제점과 주가 조작, 내부자 거래 등으로 인하여 근래에 외국인들의 관심이 멀어진 측면도 있다.

것이 예상된다. 이 때, 장외파생상품의 도입은 어려운 증권회사의 수익 개선에 일조할 것으로 생각된다.[68] 전체적으로 요약하면 장외파생상품의 도입시 우리나라 시장은 그 규모에 있어서 충분한 시장성이 있고 이로부터 증권회사들은 수익구조를 제고시킬 가능성이 충분하다고 할 수 있다.

68 외국증권회사의 경우 장외파생상품으로부터의 수익은 천차만별이다. 영업이 뛰어난 회사는 전체 수입의 30% 정도를 차지하고 부진한 회사는 10% 이하라고 할 수 있다. 그러나, 이에 대한 정확한 통계는 알 수 없다.